



УДК 629.783.015:523.3

В. Е. Чеботарев

ОАО «Информационные спутниковые системы» им. акад. М. Ф. Решетнёва,
г. Железногорск, Красноярский край, Россия

ТЕНЕВЫЕ ЗОНЫ ОРБИТ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ

Проведено моделирование полутеневых и теневых зон от Земли и Луны и их прохождения искусственным спутником Луны (ИСЛ). Определены периодичность появления теневых (полутеневых) зон от Земли и Луны и одновременность их совпадения.

На основании разработанных моделей осуществлена оценка длительности теневых (полутеневых) зон на орбите ИСЛ и их изменения в процессе орбитального движения Земли и Луны для двух вариантов размещения плоскостей орбит ИСЛ и двух типов орбит по периоду обращения.

Сформулированы рекомендации по формированию требований к ИСЛ в части его пребывания в теневой (полутеневой) зоне от Земли и Луны.

Ключевые слова: теневая (полутеневая) зона, Земля, Луна, искусственный спутник Луны.

V. E. Chtebotarev

JSC «Academician M. F. Reshetnev» Information Satellite Systems»,
Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Russia

ON-ORBIT ECLIPSE PERIODS FOR ARTIFICIAL LUNAR SATELLITE

Modeling of penumbra and umbra periods by Earth and Moon as well as modeling of performances of artificial lunar satellite (ALS) during eclipse periods were performed in frames of this study. Periodicity of umbra (penumbra) by Earth and Moon and periods of their coincidence were assessed.

Assessment of penumbra and umbra periods duration was performed based on developed models for two variants of ALS orbit planes depending on orbital period, and as well assessment of orbit variations as a result of Earth and Moon motion was made.

Recommendations are formulated concerning requirements for ALS operation during periods of penumbra and umbra by Earth and Moon.

Keywords: eclipse, umbra (penumbra), Earth, Moon, artificial lunar satellite.

Вследствие движения Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца положение Солнца относительно плоскости орбиты искусственного спутника Луны (ИСЛ) в течение года меняется, что приводит к необходимости расчета периодов появления теневых орбит, длительности теневых участков от Земли и Луны на отдельном витке и их взаимного положения [1].

1. Общая модель образования теневых орбит

Рассмотрим упрощенную модель разворота инерционной системы координат, связанной с восходящим узлом орбиты ИСЛ относительно линий «Солнце – Земля», «Земля – Луна» [2]. При этом полагаем движение Земли и Луны в плоскости эклиптики равномерным, круговым, а прецессией орбит пренебрегаем. В этом случае возможны

две схемы затенения орбит ИСЛ: наложения только теневых зон от Луны на орбиту ИСЛ (рис. 1, а) или одновременного наложения теневых зон от Луны и Земли на орбиту ИСЛ (рис. 1, б).

Повторяемость ситуации наложения только теневых зон от Луны на орбиту ИСЛ (рис. 1, а) – каждый синодический месяц, а одновременного наложения теневых зон от Луны и Земли на орбиту ИСЛ (рис. 1, б) – со сдвигом на половину месяца тоже каждый синодический месяц.

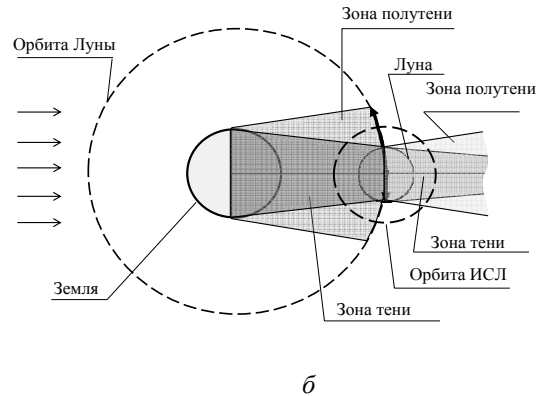
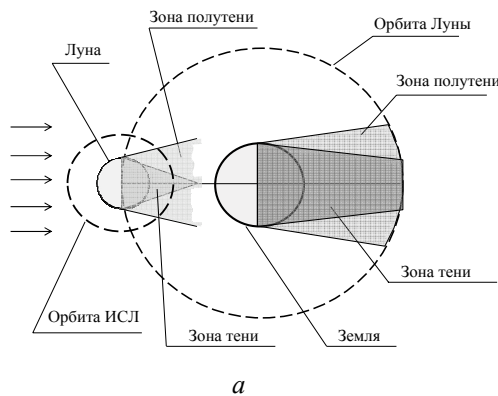


Рис. 1. Схема наложения теневых зон от Луны и Земли на орбиту ИСЛ

За счет разворота линии «Солнце – Земля» относительно инерциальной системы координат, связанной с восходящим узлом орбиты, за один год повторяемость ситуации сохраняется для любой орбиты ИСЛ вне зависимости от начального значения ее восходящего узла (рис. 2).

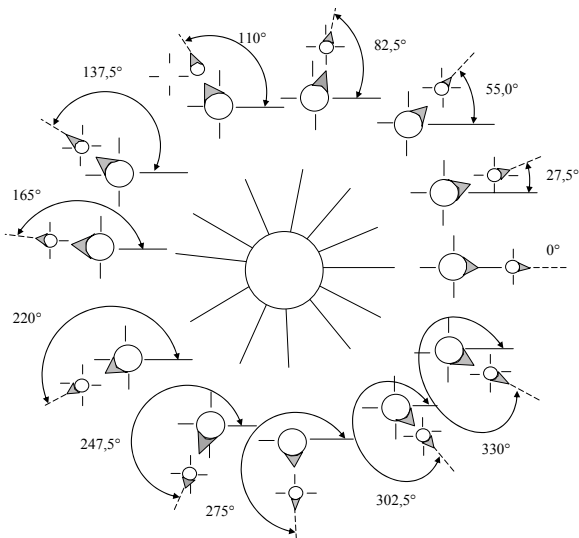


Рис. 2. Конфигурация повторяемости теневых зон от Луны и Земли за год

Однако за счет наклонения орбиты Луны к плоскости эклиптики (около 5 град) одновременное наложение теневых зон от Луны и Земли на орбиту ИСЛ может происходить не всегда, поэтому вместо 13 критических случаев в первом варианте (рис. 1, б) за год возможно 1–2 в году с перерывами в несколько лет [1].

Исходя из вышеизложенного, проведем оценку значений параметров теневых зон от Луны и Земли для ИСЛ с круговой орбитой.

Общая картина образования теневых зон от небесного тела (Земля, Луна...) показана на рис. 3.

Теневые участки от небесного тела образуют коническую поверхность, определяющую зону полной тени: сходящийся конус с угловыми размерами α_T и зону полутени: сходящийся конус с угловыми размерами $\alpha_{ПТ}$:

$$\sin \alpha_T = \frac{R_S - R_{HT}}{r_{HT}}, \quad \sin \alpha_{ПТ} = \frac{R_S - R_{ПТ}}{r_{HT}}, \quad (1)$$

где R_S – радиус Солнца; R_{HT} – радиус небесного тела (для Земли $R_{HT} = R_3$, для Луны $R_{HT} = R_L$); r_{HT} – расстояние от небесного тела до Солнца; $r_{HT} = r_3$ – радиус орбиты Земли; $r_{HT} = r_3 \pm r_L$, где r_L – радиус орбиты Луны.

Значения $\alpha_{ТУЗ}$ и $\alpha_{ПТУЗ}$ для тени от Земли и $\alpha_{ТУЛ}$ и $\alpha_{ПТУЛ}$ для тени от Луны приведены в табл. 1.

Угловые размеры зоны тени и полутени из центра небесного тела задаются углами η_T и $\eta_{ПТ}$, которые зависят от удаления от центра небесного тела $r_{И}$ (см. рис. 3):

$$\eta_{ПТ} = \arcsin \frac{R_{HT}}{r_{И}} + \alpha_{ПТ}, \quad \eta_T = \arcsin \frac{R_{HT}}{r_{И}} + \alpha_T. \quad (2)$$

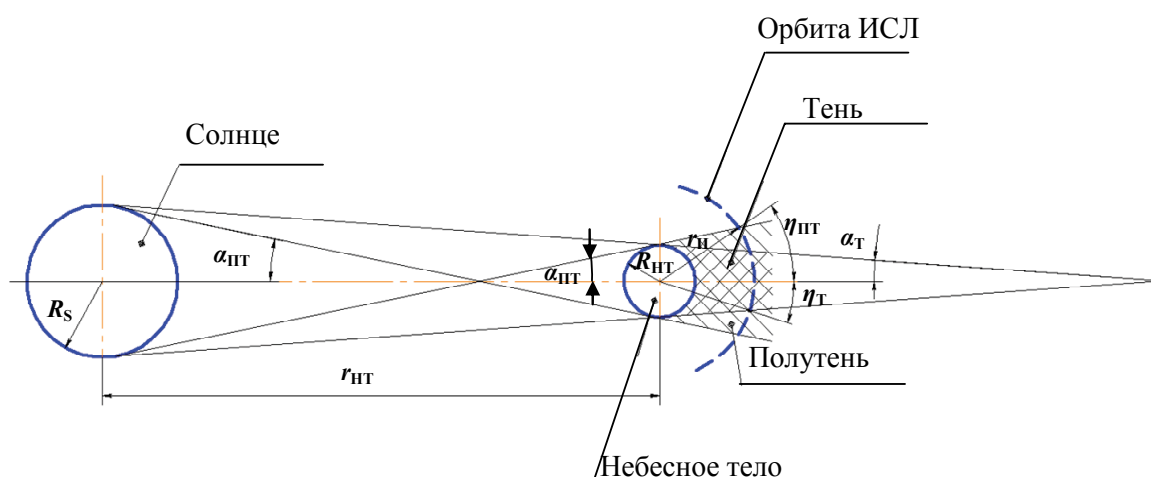


Рис. 3. Образование теневых зон

Таблица 1

Угловые размеры теневых зон

Небесное тело	Земля	Луна	
$R_{нт}$	$R_3 = 6371 \text{ км}$	$R_{л} = 0,2726 R_3$	
$r_{нт}$	$r_3 = 23455 R_3$	$r_3 + r_{л}$	$r_3 - r_{л}$
$\alpha_{пт}$	$0,269^\circ$	$0,2665^\circ$	$0,2679^\circ$
α_t	$0,264^\circ$	$0,2652^\circ$	$0,2666^\circ$

2. Расчет теневых зон от Луны

Рассмотрим условия прохождения ИСЛ теневых (ТУЛ) и полутеневых (ПТУЛ) зон от Луны для случая круговых орбит.

Угловые размеры теневых зон от Луны $\eta_{ТУЛ}$ и $\eta_{ПТУЛ}$ рассчитываются по формуле (2) подстановкой $R_{нт} = R_{л}$, $r_{и} = r_{исл}$ (табл. 2).

Из сравнения данных по двум типам орбит, представленных в табл. 2, можно сделать заключение, что полутеневая зона не превышает 2,5 % от общей теневой зоны, поэтому

ею можно пренебречь и в расчете ТУЛ использовать цилиндрическую форму тени от Луны, для которой

$$\eta_{ТЛЦ} = \arcsin \frac{R_{л}}{r_{исл}}. \quad (3)$$

В этом случае в расчете ТУЛ также исключается влияние изменения расстояния от Луны до Солнца в процессе орбитального движения Луны вокруг Земли ввиду малости параметров $\alpha_{ТУЛ}$ и $\alpha_{ПТУЛ}$.

Таблица 2

Параметры прохождения теневых зон Луны

Тип орбиты ИСЛ	Тип 1	Тип 2
$r_{исл}$, км	3240	6000
$T_{исл}$, ч	4,58	11,54
$\eta_{ПТУЛ}$, град	32,75	17,13
$\eta_{ТУЛ}$, град	32,22	16,60
$\eta_{ТЛЦ}$, град	32,48	16,86
$t_{ТЛЦ}$, ч	0,8244	1,0771
$K_{ТЛЦ}$	0,180	0,0933
$t_{лц}$, сут	65,9	34,2

Этот подход реализован для искусственных спутников Земли при расчете прохождения ими теневых зон от Земли [2; 3].

Угловые зоны участка орбиты ИСЛ (угол $\gamma_{\text{ТЛЦ}}$), охватывающие ТУЛ, и длительность ТУЛ ($t_{\text{ТЛЦ}}$) зависят от положения центра ТУЛ относительно плоскости орбиты ИСЛ (угол $\delta_{\text{ТЛЦ}}$) (рис. 4) и определяются по формулам:

$$\gamma_{\text{ТЛЦ}} = \arccos \frac{\cos \eta_{\text{ТЛЦ}}}{\cos \delta_{\text{ТЛЦ}}},$$

$$t_{\text{ТЛЦ}} = K_{\text{ТЛЦ}} \cdot T_{\text{ИСЛ}}, \quad K_{\text{ТЛЦ}} = \frac{\gamma_{\text{ТЛЦ}}}{180}. \quad (4)$$

Максимальные значения $t_{\text{ТЛЦ}}$ и $K_{\text{ТЛЦ}}$, определяемые по формуле (4) подстановкой $\gamma_{\text{ТЛЦ}} = \eta_{\text{ТЛЦ}}$, представлены в табл. 2.

Вследствие годичного движения системы «Земля – Луна» вокруг Солнца значение угла $\delta_{\text{ТЛЦ}}$ изменяется по линейному закону (за начало отсчета принят момент прохождения центра тени через плоскость орбиты):

$$\delta_{\text{ТЛЦ}} = 360 \frac{t}{T_r} \leq \eta_{\text{ТЛЦ}}, \quad (5)$$

где T_r – тропический год, $T_r = 32,25$ сут.

График изменения длительности ТУЛ за цикл теневых орбит от Луны представлен на рис. 5, а максимальный интервал времени теневых орбит от Луны определяется из формулы (5):

$$t_{\text{ЛЦ}} = \frac{2\eta_{\text{ТЛЦ}}}{360^\circ} \cdot T_r = \frac{\eta_{\text{ТЛЦ}}}{180^\circ} \cdot T_r. \quad (6)$$

Циклы теневых орбит от Луны повторяются два раза в год.

Для первого типа орбиты максимальная длительность цикла 65,9 сут при максимальной длительности ТУЛ 0,8244 ч, а для второго типа орбиты максимальная длительность цикла 34,2 сут при максимальной длительности ТУЛ 1,0771 ч.

3. Расчет теневых зон от Земли

Рассмотрим условия прохождения ИСЛ полных теневых (ТУЗ) и полутеневых (ПТУЗ) зон от Земли для случая круговых орбит.

Параметры теневых зон Земли $\eta_{\text{ТУЗ}}$ и $\eta_{\text{ПТУЗ}}$ определяются по формулам (1) и (2) подстановкой $R_{\text{нт}} = R_z$, $r_{\text{и}} = r_{\text{л}}$ (табл. 3).

Длительность прохождения ИСЛ теневой зоны Земли определяется орбитальным движением Луны:

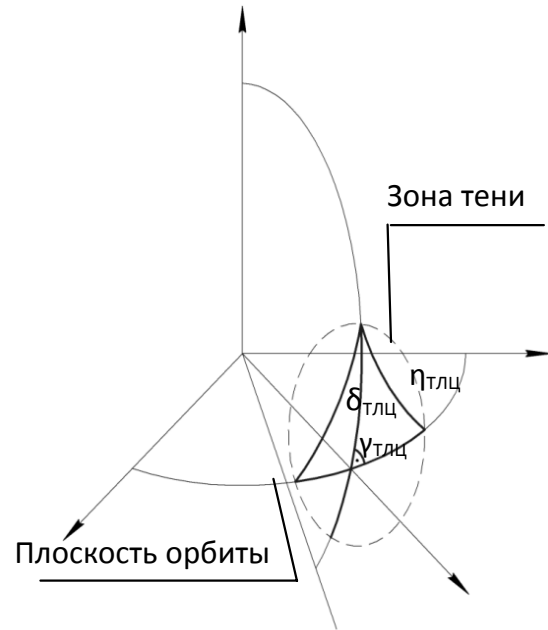


Рис. 4. Положение зоны теневого участка от Луны относительно плоскости орбиты ИСЛ

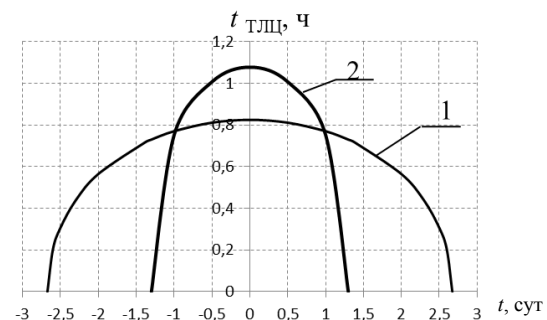


Рис. 5. Изменение длительности ТУЛ в цикле теневых орбит: 1 – первый тип орбиты; 2 – второй тип орбиты

$$t_{\text{ПТУЗ}} = \frac{\eta_{\text{ПТУЗ}}}{180} \cdot T_{\text{л}}, \quad t_{\text{ТУЗ}} = \frac{\eta_{\text{ТУЗ}}}{180} \cdot T_{\text{л}}, \quad (7)$$

где $\eta_{\text{ТУЗ}}$ и $\eta_{\text{ПТУЗ}}$ задаются в градусах; $T_{\text{л}}$ – синодический период обращения Луны вокруг Земли, $T_{\text{л}} = 29,7$ сут (708,7 ч).

В табл. 3 также представлены данные по угловым размерам Луны ($\eta_{\text{л}}$) и двум типам орбит ИСЛ ($\eta_{\text{ИСЛ}}$), видимых из центра Земли.

Сравнение представленных данных позволяет сделать следующие выводы для случая совмещения центра ТУЗ, ПТУЗ с центром Луны:

1. Угловые размеры ПТУЗ превышают угловые размеры двух типов орбит (полное полутеневое затмение).
2. Угловые размеры ТУЗ превышают угловые размеры первого типа орбиты ИСЛ (полное

Таблица 3

Параметры теневых зон Земли

$r_{\text{и}} = r_{\text{л}}$	$56 R_3$	$64 R_3$
$\eta_{\text{ТУЗ}}, \text{град}$	1,224	1,164
$L_{\text{ПТ}}$ км	7615	8264
$\eta_{\text{ТУЗ}}, \text{град}$	0,691	0,631
$L_{\text{Т}}$ км	4298	4480
$t_{\text{ПТУЗ}}, \text{ч}$	4,46	4,24
$t_{\text{ТУЗ}}, \text{ч}$	2,52	2,3
$\eta_{\text{л}}, \text{град}$	0,279	0,244
$\eta_{\text{ИСЛ1}}, \text{град}$	0,520	0,455
$\eta_{\text{ИСЛ2}}, \text{град}$	0,964	0,843

теневое затмение) и меньше угловых размеров второго типа орбиты ИСЛ (частичное теневое затмение).

Для расчета длительности прохождения ИСЛ зоны ПТУЗ и ТУЗ используем представление пятна теневой зоны в прямоугольной системе координат ХУ, связанной с центром пятна зоны (рис. 6):

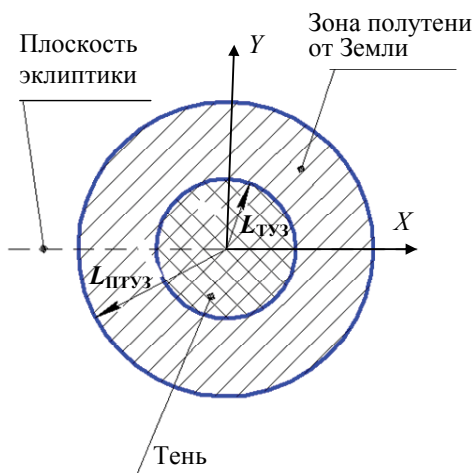
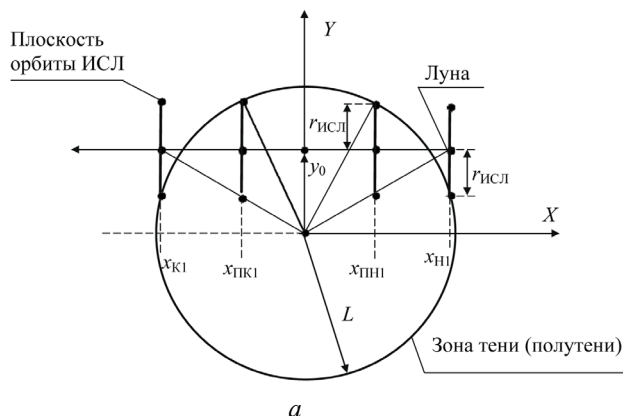


Рис. 6. Геометрические размеры теневых зон



$$L_{\text{ПТУЗ}} = r_{\text{л}} \cdot \text{tg} \eta_{\text{ПТУЗ}}, \quad L_{\text{ТУЗ}} = r_{\text{л}} \cdot \text{tg} \eta_{\text{ТУЗ}}. \quad (8)$$

Параметры движения ИСЛ в прямоугольной системе координат рассмотрим для двух предельных положений плоскости орбиты ИСЛ на начальный момент $t = 0$: в плоскости 1 (плоскость орбиты перпендикулярна плоскости эклиптики и параллельна линии «Солнце – Земля – Луна») и в плоскости 2 (плоскость орбиты перпендикулярна плоскости эклиптики и перпендикулярна линии «Солнце – Земля – Луна») (рис. 7).

Положение центра Луны относительно центра теневой зоны (ПТУЗ, ТУЗ) задается двумя координатами x, y . Движение центра Луны задается равномерным и только вдоль плоскости эклиптики ($y = y_0$). Начало движения отсчитывается от точки соприкосновения орбиты ИСЛ с зоной тени, для которой положение центра Луны равно:

$$x_{\text{Н1}} = \sqrt{L^2 - (y_0 - r_{\text{ИСЛ}})^2} \quad \text{— для плоскости 1,}$$

$$x_{\text{Н2}} = \sqrt{(L + r_{\text{ИСЛ}})^2 - y_0^2} \quad \text{— для плоскости 2,} \quad (9)$$

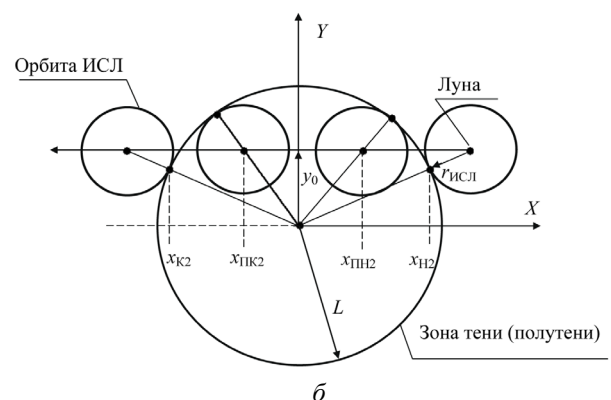


Рис. 7. Взаимное положение теневой зоны от Земли и орбиты ИСЛ: а – плоскость 1; б – плоскость 2

где L – радиус зоны тени, равный $L_{\text{ПТУЗ}}$ или $L_{\text{ТУЗ}}$.

Полный выход из зоны тени характеризуется следующими параметрами положения центра Луны: $x_{\text{К1}} = -x_{\text{Н1}}$ (плоскость 1) и $x_{\text{К2}} = -x_{\text{Н2}}$ (плоскость 2). Максимальное значение $x_{\text{Н1}}$ достигается при $|y_0| = r_{\text{ИСЛ}}$, а $x_{\text{Н2}}$ при $y_0 = 0$ и равно L .

Полное покрытие тенью (полутенью) Земли орбиты ИСЛ осуществляется при следующих условиях:

$$\begin{aligned} x_{\text{ПН1}} &= \sqrt{L^2 - (y_0 - r_{\text{ИСЛ}})^2}, \quad x_{\text{ПК1}} = -x_{\text{ПН1}} \\ &\quad \text{– для плоскости 1,} \\ x_{\text{ПН2}} &= \sqrt{(L + r_{\text{ИСЛ}})^2 - y_0^2}, \quad x_{\text{ПК2}} = -x_{\text{ПН2}} \\ &\quad \text{– для плоскости 2,} \end{aligned} \quad (10)$$

Длительность прохождения зоны тени (полутени) определяется как отношение интервала движения (Δx) к скорости движения Луны:

$$\begin{aligned} t_{\text{Н}} &= \Delta x_{\text{Н}} \cdot \frac{T_{\text{Л}}}{2\pi r_{\text{Л}}}, \quad \Delta x_{\text{Н}} = x_{\text{Н}} - \Delta x_{\text{К}}, \\ t_{\text{П}} &= \Delta x_{\text{П}} \cdot \frac{T_{\text{Л}}}{2\pi r_{\text{Л}}}, \quad \Delta x_{\text{П}} = x_{\text{ПН}} - \Delta x_{\text{ПК}}. \end{aligned} \quad (11)$$

За время прохождения зоны ПТУЗ, ТУЗ в процессе орбитального движения ИСЛ переместится по аргументу широты на угол

$$\Delta \gamma_{\text{Н}} = 360^\circ \cdot \frac{t_{\text{Н}}}{T_{\text{ИСЛ}}}, \quad \Delta \gamma_{\text{П}} = 360^\circ \cdot \frac{t_{\text{П}}}{T_{\text{ИСЛ}}}. \quad (12)$$

Результаты расчета представлены в табл. 4.

В общем случае длительность затенения Землей орбиты ИСЛ находится в диапазоне ($t_{\text{П}} \dots t_{\text{Н}}$). Фактическая длительность мо-

жет быть рассчитана на основании временной диаграммы прохождения ИСЛ теневых зон с помощью следующей системы уравнений:

$$Y_{\text{ИСЛ}} = Y_0 - r_{\text{ИСЛ}} \cdot \sin(\gamma + \gamma_{\text{Н}}), \quad \gamma = 2\pi \cdot \frac{t}{T_{\text{ИСЛ}}},$$

$$X_{\text{ИСЛ}} = X_{\text{Н}} - r_{\text{Л}} \cdot \frac{T_{\text{ИСЛ}}}{T_{\text{Л}}} \cdot |\gamma|,$$

где γ – орбитальный угол ИСЛ (в радианах); $\gamma_{\text{Н}}$ – начальное значение $\gamma(t=0)$; $X_{\text{Н}}$ – положение центра Луны на момент касания орбитой ИСЛ теневой зоны (рассчитывается по формуле (9)).

За время пересечения ПТУЗ, ТУЗ ИСЛ вдоль орбиты переместится на угловое расстояние $\Delta \gamma_{\text{ПТУЗ}}$, $\Delta \gamma_{\text{ТУЗ}}$ (см. табл. 4), которое может размещаться произвольно относительно зоны ТУЛ (с зазорами или наложением). Примеры симметричного расположения зон для орбит ИСЛ, размещенных в плоскости 1, приведены на рис. 8.

Для случая, приведенного на рис. 8, а (орбита расположена в плоскости 1), коэффициент полного затенения орбиты может составить $K_{\text{ТЛЦ}} + K_{\text{ТУЗ}} = 0,18 + 0,555 = 0,735$. Для второго типа орбиты, расположенной в плоскости 1 (рис. 8, б) коэффициент полного затенения орбиты может составить $K_{\text{ТЛЦ}} + K_{\text{ТУЗ}} = 0,0933 + 0,228 = 0,3213$, а частичного (ПТУЗ) $K_{\text{ПТУЗ}} = 0,194$.

На орбитах ИСЛ, размещенных в плоскости 2, при появлении ПТУЗ (ТУЗ) теневые зоны от Луны отсутствуют. При этом для первого типа орбиты ИСЛ длительность ТУЗ может быть равна витку ($t_{\text{НТУЗ}} \geq T_{\text{ИСЛ}}$), а длительность ПТУЗ совместно с ТУЗ охватывает зону чуть меньше двух витков ($t_{\text{НТУЗ}} \leq 2T_{\text{ИСЛ}}$).

Таблица 4

$r_{\text{ИСЛ}}$, км	4260				6000			
$L_{\text{ПТУЗ}}$, км	7650		8264		7650		8264	
Положение орбиты	Пл. 1	Пл. 2	Пл. 1	Пл. 2	Пл. 1	Пл. 2	Пл. 1	Пл. 2
$x_{\text{Н}}$, км	7650	11910	8264	12524	7650	13650	8264	14264
$x_{\text{П}}$, км	6354	3390	7081	4004	4746	1650	5683	2264
$t_{\text{Н}}$, ч	4,5	7,0	4,9	7,4	4,5	8,05	4,9	8,4
$t_{\text{П}}$, ч	3,75	2,0	4,2	2,36	2,8	0,97	3,35	1,33
$\Delta \gamma_{\text{Н}}$, град	354	550	385	582	140	251	153	262
$L_{\text{ТУЗ}}$, км	4298		4480		4298		4480	
$x_{\text{Н}}$, км	4298	8558	4480	8740	4298	10298	4480	10480
$x_{\text{П}}$, км	570	38	1387	220	-	-	-	-
$t_{\text{Н}}$, ч	2,53	5,05	2,64	5,16	2,53	6,08	2,64	6,2
$t_{\text{П}}$, ч	0,33	0,02	0,82	0,13	-	-	-	-
$\Delta \gamma_{\text{Н}}$, град	199	370	208	406	79	190	82	193

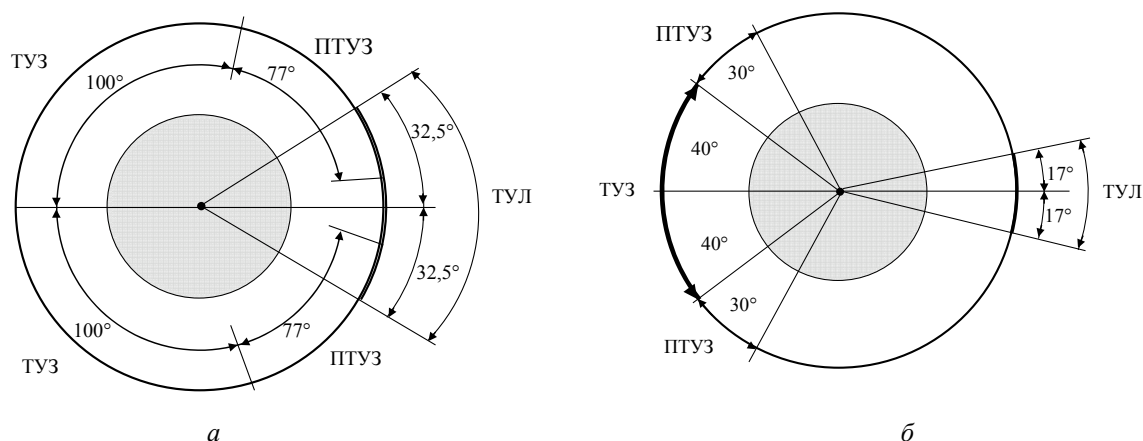


Рис. 8. Теневые зоны на орбите ИСЛ: а – тип 1; б – тип 2

Для второго типа орбит $K_{\text{ТУЗ}} \leq 0,54$, $K_{\text{ЛУЗ}} \leq 0,19$, $K_{\Sigma} \leq 0,73$.

В заключение данной статьи можно сделать следующие выводы:

1. ИСЛ за один год функционирования проходит через два продолжительных цикла, содержащих теневые участки орбиты от Луны с возможными наложениями на одном-двух витках теневых участков орбиты от Земли.
2. Теневая зона имеет форму сходящего конуса (полная тень) и расходящегося конуса (полутень) с малым углом при вершине. Теневая зона от Луны для ИСЛ может быть представлена цилиндрической формой ввиду малого различия угловых размеров полной тени и полутени на орбите ИСЛ.
3. Полутеневая и теневая зоны от Земли в районе Луны имеют существенные различия по размерам и могут быть представлены в виде двух концентрических окружностей с радиусами, зависящими от расстояния между Землей и Луной: 7650–8264 км и 4298–4480 км соответственно.
4. Для круговых орбит ИСЛ с радиус-вектором меньше радиуса теневой зоны от Земли (тип 1) при появлении теневой зоны от Земли (возможно на двух витках подряд) одновременно с теневыми участками от

Луны виток орбиты ИСЛ может быть затенен полностью, а соседний виток частично.

5. Для круговых орбит ИСЛ с радиус-вектором больше радиуса теневой зоны от Земли (тип 2) при появлении одновременно теневых (полутеневых) зон от Земли (возможно на одном витке) и от Луны суммарное затенение будет частичным (часть витка ИСЛ будет освещена Солнцем).
6. В многоплоскостной орбитальной группировке, содержащей по несколько ИСЛ в одной плоскости, длительности их затенения имеют различия, обусловленные их фазовой расстановкой в плоскости орбиты.

Чтобы учесть эти особенности, необходимо моделирование динамического процесса прохождения всех ИСЛ одновременно через теневые зоны от Земли и Луны.

Библиографические ссылки

1. Астрономический календарь – постоянная часть. Изд. 7. М. : Наука, 1981. 728 с.
2. Чеботарев В. Е., Косенко В. Е. Основы проектирования космических аппаратов информационного обеспечения : учеб. пособие / Сиб. гос. аэрокосм. ун-т. Красноярск, 2011. 488 с.
3. Чернявский Г. М., Бартенев В. А. Орбиты спутников связи. М. : Связь, 1978. 240 с.

Статья поступила в редакцию
09.01.2014 г.