

## ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ БАЛОК КРУГЛОГО И КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

В. В. Кашелкин<sup>1</sup>, А. С. Демидов<sup>2</sup>✉, Е. А. Капустин<sup>3</sup>

<sup>1</sup> АО «Красная Звезда»,

г. Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

г. Москва, Российская Федерация

<sup>3</sup> АО «НИИ НПО «ЛУЧ»,

г. Подольск, Московская область, Российская Федерация

*В настоящее время к материалам на углеродной основе проявляется большой интерес. Они обладают высокими термомеханическими свойствами и массовыми характеристиками, являются достаточно технологичными. В авиационной и космической технике такие материалы нашли широкое применение, например, для изготовления силовых элементов, балок, каркасов, а также элементов обшивки самолетов и ракет. В статье рассматривается напряженное состояние изгибаемых балок круглого и кольцевого сечения из углепластиков. При испытаниях на растяжение и сжатие такие материалы, называемые разномодульными, обнаруживают различные свойства. Поэтому для расчетов на прочность необходимо использовать специальные модели прочности. Предлагается методика расчета на изгиб балок круглого и кольцевого сечения из углепластиков марок М46 и IMS-65. Их модули упругости на растяжение и сжатие, а также соответствующие пределы прочности были определены при испытаниях на машине ZDM-10 с точностью  $\pm 1,25\%$ . На примерах показано, что при расчетах необходимо учитывать различие в свойствах на растяжение и сжатие, а также реальное положение нейтральной оси сечения изгибаемой балки.*

*Ключевые слова: изгибаемая балка, круглое сечение, кольцевое сечение, напряжения, углепластик, разномодульные материалы, предел прочности при растяжении, предел прочности при сжатии, нейтральная ось сечения.*

### Введение

Вследствие своей сложной структуры механические свойства композиционных материалов на углеродной основе в различных направлениях могут значительно отличаться. К таким материалам проявляется огромный интерес. Общие вопросы прочности материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию (их называют разномодульными), изложены в ряде известных источников, например [1; 2]. К выбору моделей прочности существуют различные современные подходы [3; 4], в большом количестве работ рассматриваются вопросы технологии производства изделий из композитов [5; 6; 19; 20], приводится оценка влияния

технологии на прочность балок и пластин [7–9], можно найти сведения по прочности отдельных углеродных волокон [10] и их контактного взаимодействия [11], а также свойства композитов при различных внешних условиях [21]. Заметим, что приближенный способ расчета двухслойных (дерево плюс сталь) балок на изгиб был приведен еще в книге [12]. Результаты испытаний на прочность композитных материалов и конструктивных элементов из них встречаются в современных источниках [13–16], вопросы изгиба разномодульных балок при циклическом нагружении [22] и с учетом ползучести рассматриваются в статьях [17; 18], изучается даже влияние окисления [23], однако для конкретных случаев методика расчета на прочность, удобную для применения в инженерной практике, найти не всегда удается. В настоящей статье предлагается методика определения упругих напряже-

✉ as-festscl@rambler.ru

ний в изгибаемых балках круглого и кольцевого сечения, изготовленных из разномодульных материалов. В таблицу включены полученные в эксперименте свойства углепластиков [14]. На растяжение испытания проводились на образцах с сечением  $2,2 \times 12,8 \text{ мм}^2$ , на сжатие – на образцах с сечением  $8,8 \times 38 \text{ мм}^2$ , установленных на машине ZDM-10, точность измерения усилий составляла  $\pm 1,25 \%$ .

Таблица

Свойства материалов

Марка	$E_p$ , МПа	$E_{сж}$ , МПа	$\sigma_1$ , МПа	$\sigma_2$ , МПа
M46	21330	15420	1271	584
IMS-65	26880	12810	2270	610

В таблице  $E_p$  – модуль упругости при растяжении;  $E_{сж}$  – модуль упругости при сжатии;  $\sigma_1$  – предел прочности при растяжении;  $\sigma_2$  – предел прочности при сжатии.

### 1. Анализ напряженного состояния балки круглого сечения радиуса $R$ , материал которой имеет различные свойства при растяжении и сжатии

Пусть  $E_1$  – модуль упругости углепластика при растяжении,  $E_2$  – модуль упругости того же материала при сжатии. Принимаем справедливость закона Гука:

$$\sigma = E_i \cdot \varepsilon_i,$$

где  $i = 1, 2$ . Также принимаем справедливость гипотезы плоских сечений при изгибе балки. На рис. 1 показаны сечение балки и эпюра напряжений.

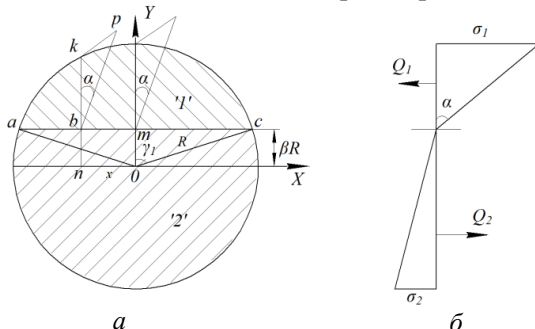


Рис. 1. Поперечное сечение балки (а) и эпюра напряжений (б): '1' – зона напряжений растяжения; '2' – зона напряжений сжатия

Положение нейтральной оси  $ac$  определяется величиной  $\beta R$ . Значение безразмерного параметра  $\beta$  можно вычислить из уравнения равновесия  $Q_1 = Q_2$ , где  $Q_1$  – суммарное усилие напряжений растяжения  $\sigma_1$ ,  $Q_2$  – суммарное усилие напряжений сжатия  $\sigma_2$ .

Определим усилие  $Q_1$ . Длина хорды нейтральной оси  $ac$  (рис. 1) равна:

$$ac = 2R\sqrt{1-\beta^2}.$$

Усилие  $Q_1$  определяется по формуле:

$$Q_1 = \int_{-R\sqrt{1-\beta^2}}^{R\sqrt{1-\beta^2}} S_1(x) dx, \tag{1}$$

где  $S_1(x)$  – площадь треугольника  $bkp$  (рис. 1), равная:

$$S_1(x) = \frac{1}{2}(bk)^2 \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sigma_1 \frac{1}{R(1-\beta)}, \quad bk = \sqrt{R^2 - x^2} - \beta R.$$

Тогда:

$$S_1(x) = \frac{1}{2} \left( R^2 - x^2 - 2\beta R\sqrt{R^2 - x^2} + \beta^2 R^2 \right) \operatorname{tg} \alpha.$$

Проинтегрировав (1), получим:

$$Q_1 = \sigma_1 R^2 \frac{1}{1-\beta} \cdot \left( \frac{1}{3}(2+\beta^2)\sqrt{1-\beta^2} - \beta \arcsin \sqrt{1-\beta^2} \right). \tag{2}$$

Или в другой форме записи при  $\cos \gamma_1 = \beta$ ,  $\sin \gamma_1 = \sqrt{1-\beta^2}$ :

$$Q_1 = \sigma_1 R^2 \frac{1}{1-\cos \gamma_1} \left( \sin \gamma_1 - \frac{1}{3} \sin^3 \gamma_1 - \gamma_1 \cos \gamma_1 \right). \tag{3}$$

Аналогично определяем усилие  $Q_2$ :

$$Q_2 = \int_{-\beta R}^{R(1+\beta)} S_2(y) dy = \int_{-\beta R}^0 S_2^{db}(y) dy + \int_0^{R(1+\beta)} S_2^{mn}(y) dy, \tag{4}$$

где  $S_2^{db}$  – площадь прямоугольника  $db$  (рис. 2а);  $S_2^{mn}$  – площадь прямоугольника  $mn$  (рис. 2б).

Площади прямоугольников  $S_2^{db}$  и  $S_2^{mn}$  равны соответственно:

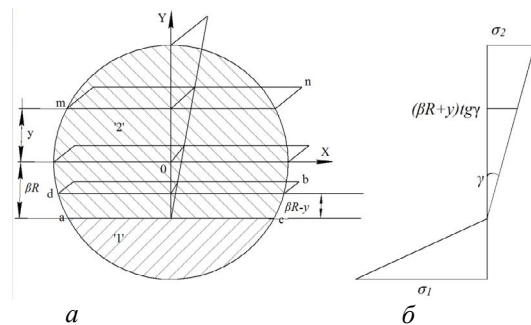


Рис. 2. К составлению уравнения равновесия: а – поперечное сечение балки; б – эпюра напряжений; '1' – зона напряжений растяжения; '2' – зона напряжений сжатия

В итоге:

$$Q_2 = \operatorname{tg} \gamma \left( \int_{-\beta R}^0 2(\beta R - y) \sqrt{R^2 - y^2} dy + \int_0^R 2(\beta R + y) \sqrt{R^2 - y^2} dy \right). \quad (5)$$

Проинтегрировав (5), получим усилие от напряжений сжатия  $Q_2$ :

$$Q_2 = \sigma_2 R^2 \frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{1}{3} (2+\beta^2) \sqrt{1-\beta^2} + \beta \left( \frac{\pi}{2} + \arcsin \beta \right) \right]. \quad (6)$$

С учетом вышеизложенного уравнение равновесия:

$$Q_1 = Q_2 \quad (7)$$

188 приобретает вид:

$$\sigma_1 \frac{1}{1-\beta} A_1 = \sigma_2 \frac{1}{1+\beta} A_2, \quad (8)$$

где обозначения  $A_1$  и  $A_2$  должны быть понятными из (2) и (6). Уравнение (8) эквивалентно уравнению в деформациях  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ :

$$E_1 \cdot A_1 = E_2 \cdot A_2.$$

Обозначив отношение модулей упругости через:

$$K = \frac{E_1}{E_2},$$

получаем:

$$K = \frac{A_2}{A_1}. \quad (9)$$

Выражение (9) – уравнение для определения параметра  $\beta$  при заданных диаметре балки и отношении модулей упругости. Функция зависимости  $K(\beta)$  от отношения модулей упругости показана на рис. 3.

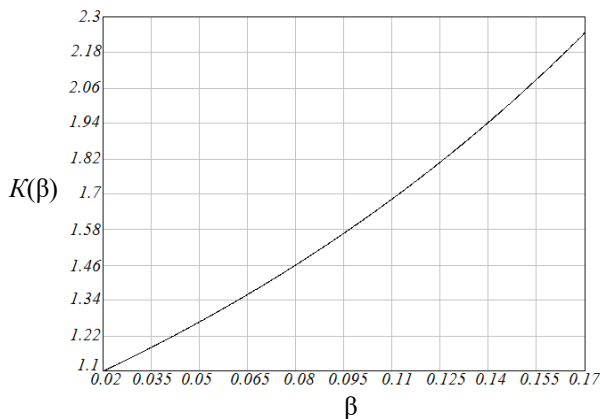


Рис. 3. График  $K = K(\beta)$  для балки круглого сечения

Для определения напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  необходимо вычислить значения моментов инерции частей сечения (сегментов) '1' и '2' относительно нейтральной оси  $ac$ .

Момент инерции сегмента '1' (рис. 4)  $J_{x-x}$  относительно оси  $x-x$  согласно справочнику [19] равен:

$$J_{x-x} = \frac{1}{8} R^4 (2\alpha - \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha),$$

где  $\beta = \cos \alpha$ .

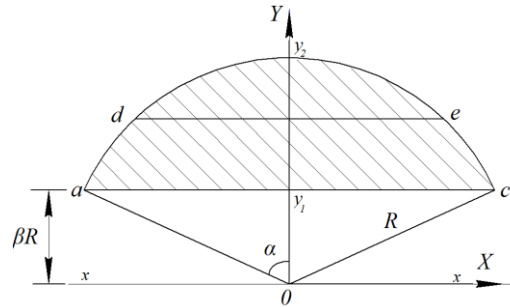


Рис. 4. Сегмент '1'

Момент инерции сечения (сегмента) '1' относительно нейтральной оси  $ac$ :

$$J_1 = J_{x-x} - (2\beta y_0 R - \beta^2 R^2) F_1, \quad (10)$$

где площадь сегмента  $F_1 = \frac{1}{2} R^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)$ , а ордината его центра тяжести:

$$y_0 = \frac{4}{3} R \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{4}{3} R \frac{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}{2 \arccos \beta - 2\beta \sqrt{1-\beta^2}}.$$

Момент инерции сечения (сегмента) '2' относительно нейтральной оси  $ac$  равен:

$$J_2 = R^4 \frac{\pi}{4} (1 + 4\beta^2) - J_1. \quad (11)$$

Приведенный модуль упругости  $E_{\text{пр}}$  определяется из соотношения:

$$E_{\text{пр}} = \frac{4}{\pi R^4} (E_1 J_1 + E_2 J_2). \quad (12)$$

Действующие напряжения вычисляются по формулам:

$$\sigma_1 = \frac{M(1-\beta)R}{\left(1 + \frac{E_2 J_2}{E_1 J_1}\right) J_1},$$

$$\sigma_2 = \frac{M(1+\beta)R}{\left(1 + \frac{E_1 J_1}{E_2 J_2}\right) J_2},$$

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{4M}{\pi R^3}.$$

## 2. Анализ напряженного состояния балки кольцевого сечения, материал которой имеет различные свойства при растяжении и сжатии

Исследование напряженного состояния балки (сечение и эпюра напряжений показаны на рис. 5) выполним так же, как для балки сплошного круглого сечения.

На основе полученных выше значений усилий  $Q_1$  и  $Q_2$  уравнения равновесия для кольцевого сечения принимают вид:

$$Q_1 = \sigma_1 R^2 \frac{1}{1-\beta} A_1 - \sigma'_1 R_M^2 \frac{1}{1-\beta} A_1, \quad (14)$$

$$Q_2 = \sigma_2 R^2 \frac{1}{1+\beta} A_2 - \sigma'_2 R_M^2 \frac{1}{1+\beta} A_2, \quad (15)$$

где  $\sigma'_1$  и  $\sigma'_2$  – напряжения растяжения и сжатия на внутренней поверхности кольца;  $R_M = R - \delta$ ,  $R_M^2 = R^2 - 2R\delta + \delta^2$ .

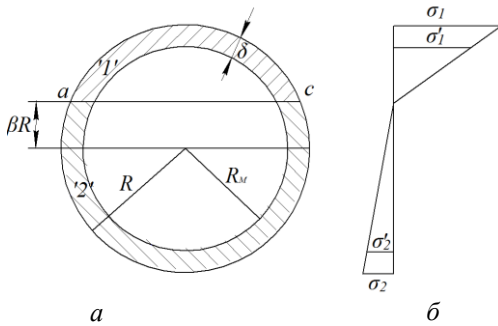


Рис. 5. Кольцевое сечение (а) и эпюра напряжений (б): '1' – зона растяжения; '2' – зона сжатия

Обозначим через  $\Delta$  безразмерную толщину кольца  $\Delta = \delta/R$ , тогда:

$$Q_1 = \sigma_1 \frac{1}{1-\beta} A_1 \left[ R^2 - R_M^2 \frac{(1-\beta)R - \delta}{(1-\beta)R} \right] = \sigma_1 R^2 \frac{1}{1-\beta} A_1 \frac{(3-2\beta)\Delta - (3-\beta)\Delta^2 + \Delta^3}{1-\beta}, \quad (16)$$

$$Q_2 = \sigma_2 \frac{1}{1+\beta} A_2 \left[ R^2 - R_M^2 \frac{(1+\beta)R - \delta}{(1+\beta)R} \right] = \sigma_2 R^2 \frac{1}{1+\beta} A_2 \frac{(3+2\beta)\Delta - (3+\beta)\Delta^2 + \Delta^3}{1+\beta}. \quad (17)$$

Из условия  $Q_1 = Q_2$  получим уравнение для определения параметра  $\beta$  в зависимости от отношения:

$$K = \frac{1-\beta}{1+\beta} \cdot \frac{(3+2\beta) - (3+\beta)\Delta + \Delta^2}{(3-2\beta) - (3-\beta)\Delta + \Delta^2} \cdot \frac{A_2}{A_1}. \quad (18)$$

При  $\Delta = 1$  уравнение (18) принимает вид (9).

На рис. 6 показаны графики функции  $K = K(\beta)$  для некоторых значений  $\Delta$  ( $\Delta = 0, 1; 0,15; 0,25; 0,5; 0,75; 1$ ).

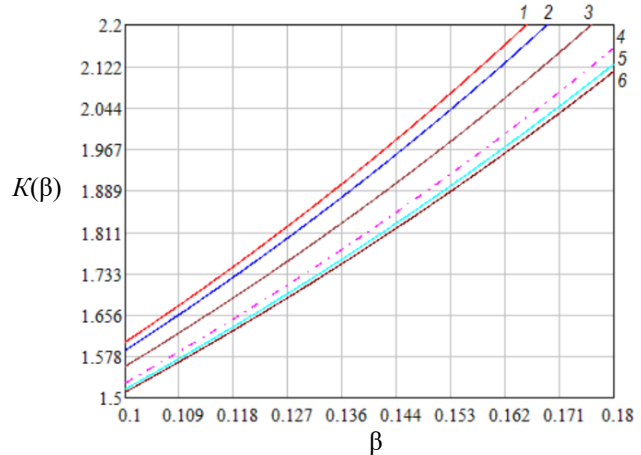


Рис. 6. График функции  $K = K(\beta)$  для некоторых значений  $\Delta$ : 1 –  $K(\beta; 1,0)$ ; 2 –  $K(\beta; 0,75)$ ; 3 –  $K(\beta; 0,5)$ ; 4 –  $K(\beta; 0,25)$ ; 5 –  $K(\beta; 0,15)$ ; 6 –  $K(\beta; 0,10)$

Для определения напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  необходимо вычислить значения моментов инерции кольцевого сегмента относительно нейтральной оси  $ac$ .

Часть кольцевого сечения (сегмента) '1' показана на рис. 7.

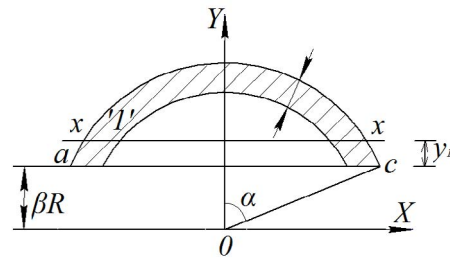


Рис. 7. Сечение зоны '1' части кольца

По [24] собственный момент инерции  $J_x$  сектора тонкостенного кольца (при  $\delta \ll 2R$ ):

$$J_x = \frac{\delta R^3}{2} \left( 2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{4 \sin^2 \alpha}{\alpha} \right),$$

$$J_1 = R \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right).$$

С учетом  $\cos \alpha = \beta$  уравнения для определения  $J_x$  и  $J_1$  принимают вид:

$$J_x = \frac{\delta R^3}{2} \left( 2 \arccos \beta + 2\beta \sqrt{1-\beta^2} - \frac{4(1-\beta^2)}{\arccos \beta} \right),$$

$$J_1 = R \left( \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\arccos \beta} - \beta \right).$$

Тогда  $J_1$  и  $J_2$ :

$$J_1 = \frac{\delta R^3}{2} \left( 2 \arccos \beta + 2\beta \sqrt{1-\beta^2} - \frac{4(1-\beta^2)}{\arccos \beta} \right), \quad (19)$$

$$J_2 = \pi \delta R^3 (1 + 2\beta^2) - J_1.$$

Приведенный модуль упругости кольца:

$$E_{np} = \frac{E_1 J_1 + E_2 J_2}{J}, \quad (20)$$

где  $J$  – собственный момент инерции кольца,  $J = \pi \delta R^3$ .

Действующие напряжения вычисляются по формулам (13).

### 3. Примеры определения напряжений при изгибе балок круглого и кольцевого сечений

#### Пример 1

Рассмотрим изгиб балки сплошного круглого сечения диаметром  $D = 0,04$  м. Материал балки – углепластик марки IMS-65. Его механические характеристики приведены в таблице. Для

данного материала  $K = \frac{E_1}{E_2} = 2,09$  (рис. 8). Этому

значению  $K$ , согласно (9), соответствует параметр  $\beta = 0,155$ . Определим геометрические характеристики сегментов ‘1’ и ‘2’ зон растяжения и сжатия по формулам (10) – (13):

$$\begin{aligned} J_x &= 6,244 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, J_1 = 3,541 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, \\ J_2 &= 10,2319 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, E_{np} = 1,803 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \\ \sigma_1 &= 0,2M, \\ \sigma_2 &= 0,13M \text{ (для сравнения } \sigma_{np} = 0,16M). \end{aligned}$$

Расчет показал, что напряжение растяжения, с учетом разномодульности материала, на 25 % выше соответствующего напряжения, полученного в результате использования приведенного модуля упругости, напряжение сжатия при этом оказалось на 19 % ниже. Существенная разница является результатом учета смещения нейтральной оси и значительного отличия модулей  $E_1$  и  $E_2$ .

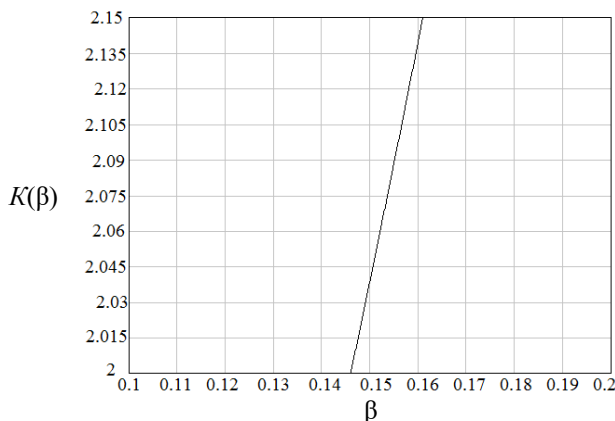


Рис. 8. График функции  $K = K(\beta)$  для балки круглого сечения

#### Пример 2

Рассмотрим ту же балку из углепластика марки М46. Механические характеристики приведены в таблице.

Для данного материала  $K = \frac{E_1}{E_2} = 1,38$ . Этому

значению  $K$ , согласно (9), соответствует  $\beta = 0,068$  (рис. 9).

Геометрические характеристики по (10) – (11) и приведенный модуль упругости (12):

$$\begin{aligned} J_x &= 6,2799 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, J_1 = 4,9454 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, \\ J_2 &= 7,853 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, E_{np} = 1,803 \cdot 10^{10} \text{ Па}. \end{aligned}$$

По формулам (13) определим напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  как функции момента  $M$ :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 0,25M, \\ \sigma_2 &= 0,17M \text{ (для сравнения } \sigma_{np} = 0,16M). \end{aligned}$$

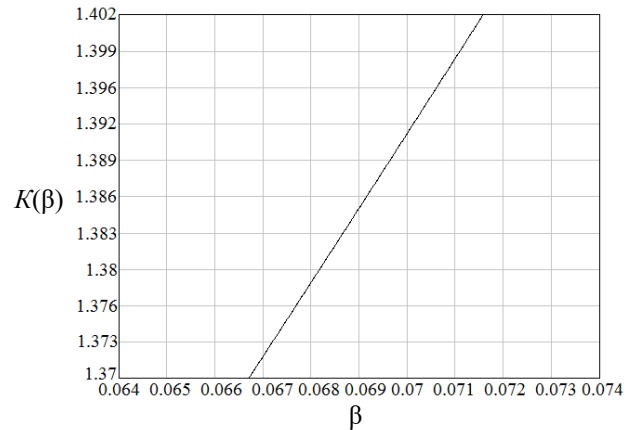


Рис. 9. График функции  $K = K(\beta)$  для балки круглого сечения

#### Пример 3

Рассмотрим балку кольцевого поперечного сечения диаметром  $D = 0,04$  м и толщиной  $\delta = 0,004$  м. Материал IMS-65. Для этого материала  $K = 2,09$ . Определим  $\beta$  по (18),  $\beta = 0,173$ . На рис. 10 приведен график, позволяющий определить значение  $\beta$  по  $K = 2,09$ .

Определим геометрические характеристики кольцевых сегментов по (19) и (20):

$$\begin{aligned} J_1 &= 3,0107 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, J_2 = 7,2189 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, \\ E_{np} &= 1,749 \cdot 10^{10} \text{ Па}. \end{aligned}$$

По формулам (13) определим напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  как функции момента  $M$ :

$$\sigma_1 = 0,25M, \sigma_2 = 0,17M.$$

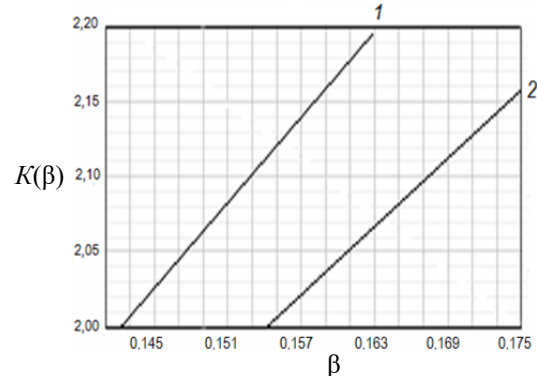


Рис. 10. Графики функций  $K = K(\beta)$  для балок круглого и кольцевого сечений: 1 –  $K(\beta; 1)$ ; 2 –  $K(\beta; 0,4)$

## Заключение

1. Рассмотрена задача поперечного изгиба балок круглого и кольцевого сечений из углепластиков, имеющих различные свойства на растяжение и сжатие. Предложен алгоритм аналитического определения положения их нейтральных осей. Показано, что учет различных механических свойств углепластиков на растяжение и сжатие имеет существенное значение. Например, при двукратном отличии величин

модулей упругости (углепластик марки IMS-65) точное значение напряжения растяжения превышает соответствующее напряжение, полученное в расчете с использованием приведенного модуля упругости, на 25 %.

2. Предложенная методика может быть использована для оценки напряженного состояния некоторых конструктивных элементов системы развертывания холодильника-излучателя космической ядерной энергоустановки [25], например, промежуточных шпангоутов.

## Список литературы

- [1] Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости. М. : Наука, 1982. 217 с.
- [2] Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М. : Наука, 1979. 744 с.
- [3] Пахомов Б. М. Вариант модели разномодульного материала // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия Машиностроение. 2017. № 6. С. 35–48. doi: 10.18698/0236-3941-2017-6-35-48.
- [4] Цвелодуб И. Ю. О разномодульной теории упругости // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49. № 1. С. 157–164.
- [5] Рач В. А., Тарасов Ю. М., Воскобойников В. Н., Малков И. В. Технология интегральной намотки пространственных ферменных конструкций космических аппаратов из углепластика // Сб. трудов 4-ой Московской междунар. конф. «Теория и практика технологий производства изделий из композиционных материалов и новых металлических сплавов (ТПКММ)». М. 2005. С. 425–429.
- [6] Халиулин В. И., Батраков В. В. Технология производства изделий из композитов: технология интегральных конструкций : учеб. пособие. Казань : Изд-во КНИТУ-КАИ, 2018. 192 с.
- [7] Первушин Ю. С., Жернаков В. С. Основы механики, проектирования и технологии изготовления изделий из слоистых композиционных материалов : учеб. пособие. Уфа : УГАТУ, 2008. 303 с.
- [8] Скворцов Ю. В. Конспект лекций по дисциплине Механика композиционных материалов. Самара : СГАУ им. С. П. Королева, 2013. 94 с.
- [9] Гриневич А. В., Яковлев Н. О., Славин А. В. Критерии разрушения композиционных полимерных материалов (обзор) // Труды ВИАМ. 2019. № 7 (79). С. 92–111. doi: 10.18577/2307-6046-2019-0-7-92-111.
- [10] Симамура С., Синдо А., Коцука К., Цутияма Н., Сато Т., Ито Е., Икэгами К., Ямада К., Сакамото А., Ватанабэ Е., Такэда Х., Исикава Т., Сасаки В., Абэ Я. Углеродные волокна. М. : Мир, 1987. 304 с.
- [11] Абашев В. М., Демидов А. С., Еремкин И. В., Киктев С. И., Хомовский Я. Н. Температурные напряжения в цилиндрической оболочке из углеродных волокон и контактная задача теплообмена // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 4. С. 7–13.
- [12] Иванов Н. И. Соппротивление материалов. М.-Л. : Гостехиздат, 1942. 646 с.
- [13] Лю Л., Ши Ц., Бао Х. Металлокомпозитное соединение и его механические характеристики // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 3. С. 220–227.
- [14] Демидов А. С., Кашелкин В. В., Капустин Е. А. Оценка напряженного состояния коробчатой оболочки из материала с различными свойствами на растяжение и сжатие // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2019. № 2. С. 154–157.
- [15] Беззаметнов О. Н., Митряйкин В. И., Халиулин В. И., Марковцев В. А., Шаныгин А. Н. Оценка влияния ударных повреждений на прочность интегральных панелей из полимерных композиционных материалов при сжатии // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 78–91. doi: 10.34759/vst-2021-4-78-91.
- [16] Беззаметнов О. Н., Митряйкин В. И., Халиулин В. И. Испытания низкоскоростным ударом различных композиционных материалов // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 4. С. 216–229. doi: 10.34759/vst-2019-4-216-229.
- [17] Кузнецов Е. Б., Леонов С. С. Чистый изгиб балки из разномодульного материала в условиях ползучести // Вестник ЮУрГУ. Математическое моделирование и программирование. 2013. Т. 6. № 4. С. 26–38.
- [18] Локощенко А. М., Агахи К. А., Фомин Л. В. Чистый изгиб балки в условиях ползучести из разносопротивляющегося материала // Вестник СамГТУ. Серия Физико-математические науки. 2012. № 1 (26). С. 66–73.
- [19] Hatta N., Denk L., Watanabe T., Shiota I., Aly-Hassan M. S. Fracture Behavior of Carbon-Carbon Composites with Cross-Ply Lamination // Journal of Composite Materials. 2004. vol. 38. pp. 1479–1491.
- [20] Li W., Li H., Wang J., Zhang S., Yang X. Preparation and mechanical properties of carbon/carbon composites with high textured pyrolytic carbon matrix // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. 2013. vol. 23. pp. 2129–2134.

- [21] Xue L., Li K., Jia Y., Zhang S., Cheng J., Guo J. Flexural fatigue behavior of 2D cross-ply carbon/carbon composites at room temperature // *Materials Science and Engineering: A*. 2015. vol. 634. pp. 209–214.
- [22] Yang X., Li H., Yu K. Effects of bending cyclic load on mechanical properties of 2D Carbon cloth laminated C/C composites // *Applied Mechanics and Materials*. 2012. vol. 157–158. pp. 792–795.
- [23] Zhang C., Yan K., Qiao S., Li M., Han D., Guo Y. Effect of Oxidation on Fracture Toughness of a Carbon/Carbon Composite // *Journal of Wuhan University of Technology – Materials Science Edition*. 2012. vol. 27. pp. 944–947.
- [24] Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. К. : Изд-во Дельта, 2008. 816 с.
- [25] Андреев П. В., Демидов А. С., Ежов Н. И., Еремин А. Г., Зинчук А. А., Кашелкин В. В., Равикович Ю. А., Федоров М. Ю., Хартов С. А., Холобцев Д. П. Космические ядерные энергоустановки и электроракетные двигатели. Конструкция и расчет деталей : учеб. пособие. М. : Изд-во МАИ, 2014. 508 с.

## ASSESSMENT OF THE STRESS STATE OF ROUND AND ANNULAR CROSS-SECTION BEAMS MADE WITH DIFFERENT TENSILE AND COMPRESSIVE PROPERTIES MATERIALS

V. V. Kachelkin<sup>1</sup>, A. S. Demidov<sup>2</sup>, E. A. Kapustin<sup>3</sup>

<sup>1</sup> JSC «Krasnaya Zvezda»,  
Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup> JSC «Research Institute of NPO «LUCH»,  
Podolsk, Moscow region, Russian Federation

*At present, there is great interest in carbon-based materials. They have high thermomechanical properties and mass characteristics, are quite technologically advanced. Such materials are widely used in aviation and space technology, for example, for the manufacture of load-bearing elements, beams, frames, as well as aircraft and rocket skin elements. The article considers the stress state of bent beams of circular and annular section made of carbon fiber reinforced plastics. When tested in tension and compression, such materials, called multi-modulus, exhibit different properties. Therefore, for strength calculations, it is necessary to use special strength models. A method is proposed for calculating the bending of beams of circular and annular cross-section made of M46 and IMS-65 carbon fiber reinforced plastics. Their tensile and compressive moduli and corresponding strengths were determined by testing on a ZDM-10 machine with an accuracy of  $\pm 1,25\%$ . The examples show that in the calculations it is necessary to take into account the difference in tensile and compression properties, as well as the real position of the neutral axis of the bent beam section.*

*Keywords: bending beam, circular section, annular section, stresses, carbon fiber reinforced plastic, multi-modulus materials, tensile strength, compressive strength, neutral axis of the section.*

### References

- [1] Ambartsumyan S. A. *Raznomodul'naya teoriya uprugosti* [Different modulus theory of elasticity]. Moscow, Nauka, 1982, 217 p. (In Russian)
- [2] Rabotnov Yu. N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of a Deformable Solid Body]. Moscow, Nauka, 1979, 744 p. (In Russian)
- [3] Pakhomov B. M. *Variant modeli raznomodul'nogo materiala* [A variant of the model of a multi-modulus material] // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering, 2017, no. 6, pp. 35–48. doi: 10.18698/0236-3941-2017-6-35-48. (In Russian)
- [4] Tselodub I. Yu. *O raznomodul'noj teorii uprugosti* [On the multi-modulus theory of elasticity] // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 157–164. (In Russian)
- [5] Rach V. A., Tarasov Yu. M., Voskoboinikov V. N., Malkov I. V. *Tekhnologiya integral'noj namotki prostranstvennykh fermynykh konstrukcij kosmicheskikh apparatov iz ugleplastika* [Technology of integral winding of spatial truss structures

- of spacecraft made of carbon fiber] // Proc. of the International Conference «Theory and practice of technologies for the production of products from composite materials and new metal alloys», 2005, pp. 425–429. (In Russian)
- [6] Khaliulin V. I., Batrakov V. V. *Tekhnologiya proizvodstva izdelij iz kompozitov: tekhnologiya integral'nykh konstrukcij* [Technology for the production of products from composites: technology of integral structures]. Kazan, Publishing house of KNITU-KAI, 2018, 192 p. (In Russian)
- [7] Pervushin Yu. S., Zhernakov V. S. *Osnovy mekhaniki, proektirovaniya i tekhnologii izgotovleniya izdelij iz sloistyykh kompozitsionnykh materialov* [Fundamentals of mechanics, design and manufacturing technology of products made of layered composite materials]. Ufa, UGATU, 2008, 303 p. (In Russian)
- [8] Skvortsov Yu. V. *Konspekt lekcij po discipline Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Lecture notes. Mechanics of composite materials]. Samara, SSAU named after S. P. Korolev, 2013, 94 p. (In Russian)
- [9] Grinevich A. V., Yakovlev N. O., Slavin A. V. *Kriterii razrusheniya kompozitsionnykh polimernykh materialov (obzor)* [Criteria for destruction of composite polymer materials (review)] // Proceedings of VIAM, 2019, no. 7 (79), pp. 92–111. doi: 10.18577/2307-6046-2019-0-7-92-111. (In Russian)
- [10] Simamura S., Sindo A., Kocuka K., Cutiyama N., Sato T., Ito E., Ikegami K., Yamada K., Sakamoto A., Vatanabe E., Takeda H., Isikava T., Sasaki V., Abe Ya. *Uglerodnye volokna* [Carbon fiber]. Moscow, Mir, 1987, 304 p. (In Russian)
- [11] Abashev V. M., Demidov A. S., Eremkin I. V., Kiktev S. I., Khomovsky Ya. N. *Temperaturnye napryazheniya v cilindricheskoy obolochke iz uglerodnykh volokon i kontaktная задача teploobmena* [Temperature stresses in a cylindrical shell made of carbon fibers and the contact problem of heat exchange] // Aerospace MAI Journal, 2017, vol. 24, no. 4, pp. 7–13. (In Russian)
- [12] Ivanov N. I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow–Leningrad, Gosudarstvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literature, 1942, 646 p. (In Russian)
- [13] Liu L., Shi Ts., Bao H. *Metallokompozitnoe soedinenie i ego mekhanicheskie harakteristiki* [Metal composite compound and its mechanical characteristics] // Aerospace MAI Journal, 2019, vol. 26, no. 3, pp. 220–227. (In Russian)
- [14] Demidov A. S., Kashelkin V. V., Kapustin E. A. *Ocenka napryazhennogo sostoyaniya korobchatoj obolochki iz materiala s razlichnymi svoystvami na rastyazhenie i szhatie* [Assessment of the stress state of a box shell made of a material with different tensile and compressive properties] // Izv. VUZ. Aviatsionnaya Tekhnika, 2019, no. 2, pp. 154–157. (In Russian)
- [15] Bezzametnov O. N., Mitryaikin V. I., Haliullin V. I., Markovtsev V. A., Sharygin A. N. *Ocenka vliyaniya udarnykh povrezhdenij na prochnost' integral'nykh panelej iz polimernykh kompozitsionnykh materialov pri szhatii* [Evaluation of the effect of impact damage on the strength of integral panels made of composite materials under compression] // Aerospace MAI Journal, vol. 28, no. 4, pp. 78–91. (In Russian)
- [16] Bezzametnov O. N., Mitryaykin V. I., Khaliulin V. I. *Ispytaniya nizkoskorostnym udarom razlichnykh kompozitsionnykh materialov* [Low-velocity impact tests of various composite materials] // Aerospace MAI Journal, 2019, vol. 26, no. 4, pp. 216–229. doi: 10.34759/vst-2019-4-216-229. (In Russian)
- [17] Kuznetsov E. B., Leonov S. S. *Chistyj izgib balki iz raznomodul'nogo materiala v usloviyah polzuchesti* [Pure bending of a beam made of a multi-modulus material under creep conditions] // Bulletin of the South Ural State University. Series «Mathematical Modelling, Programming & Computer Software», 2013, vol. 6, no. 4, pp. 26–38. (In Russian)
- [18] Lokoshchenko A. M., Agakhi K. A., Fomin L. V. *Chistyj izgib balki v usloviyah polzuchesti iz raznosoprotivlyayushchegosya materiala* [Pure bending of a beam under creep conditions from a highly resistant material] // Journal of Samara State Technical University. Ser. Physical and Mathematical Sciences, 2012, no. 1 (26), pp. 66–73. (In Russian)
- [19] Hatta H., Denk L., Watanabe T., Shiota I., Aly-Hassan M. S. Fracture Behavior of Carbon-Carbon Composites with Cross-Ply Lamination // Journal of Composite Materials, 2004, vol. 38, pp. 1479–1491.
- [20] Li W., Li H., Wang J., Zhang S., Yang X., Wei J. Preparation and mechanical properties of carbon/carbon composites with high textured pyrolytic carbon matrix // Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2013, vol. 23, pp. 2129–2134.
- [21] Xue L., Li K., Jia Y., Zhang S., Cheng J., Guo J. Flexural fatigue behavior of 2D cross-ply carbon/carbon composites at room temperature // Materials Science and Engineering: A, 2015, vol. 634, pp. 209–214.
- [22] Yang X., Li H., Yu K. Effects of bending cyclic load on mechanical properties of 2D Carbon cloth laminated C/C composites // Applied Mechanics and Materials, 2012, vol. 157–158, pp. 792–795.
- [23] Zhang C., Yan K., Qiao S., Li M., Han D., Guo Y. Effect of Oxidation on Fracture Toughness of a Carbon/Carbon Composite // Journal of Wuhan University of Technology – Materials Science Edition, 2012, vol. 27, pp. 944–947.
- [24] Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveev V. V. *Spravochnik po soprotivleniyu materialov* [Handbook on the strength of materials]. Kyiv, Delta Publishing House, 2008, 816 p. (In Russian)
- [25] Andreev P. V., Demidov A. S., Ezhov N. I., Eremkin A. G., Zinchuk A. A., Kashelkin V. V., Ravikovich Yu. A., Fedorov M. Yu., Khartov S. A., Kholobtsev D. P. *Kosmicheskie yadernye energoustanovki i elektroraketnye dvigateli. Konstrukciya i raschet detalej* [Space nuclear power plants and electric thrusters. Design and calculation of parts]. Moscow, Publishing house MAI, 2014, 507 p. (In Russian)



## Сведения об авторах

*Демидов Анатолий Семенович* – доктор технических наук, профессор Московского авиационного института. Окончил Московский авиационный институт в 1960 году. Область научных интересов: конструкция и прочность космических энергоустановок.

*Капустин Евгений Александрович* – главный специалист АО «НИИ НПО «ЛУЧ». Окончил Московский авиационный институт в 2012 году. Область научных интересов: испытания на прочность конструкционных материалов.

*Кашелкин Владимир Владимирович* – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник АО «Красная Звезда». Окончил Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова в 1967 году. Область научных интересов: прочность космических энергоустановок.