

КОЭФФИЦИЕНТЫ БЕЗОПАСНОСТИ ДЛЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ПРИМЕРЕ СЖАТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

В. Н. Наговицин, Ю. П. Похабов✉,

Е. А. Иванов, А. Ю. Похабов

АО «Информационные спутниковые системы»

имени академика М. Ф. Решетнёва»

г. Железногорск, Красноярский край, Российская Федерация

Главной задачей данного исследования является получение способа расчета коэффициента безопасности для изделий из композиционных материалов, чтобы компенсировать фактические разбросы механических характеристик композиционных материалов в результате используемых существующих технологий изготовления, что позволит обеспечить высокую надежность конструкций из композиционных материалов, применяемых в космической технике и других отраслях промышленности. Исследование было проведено на теоретических параметрических математических моделях с использованием математического аппарата теории вероятностей и статистики, при помощи разработанной пошаговой методики. Практическая применимость разработанного метода подтверждается на примере анализа сжатой цилиндрической оболочки. Результатом исследования является разработанный метод расчета по предельному состоянию, позволяющий оценить точность используемых теоретических решений, определить значения коэффициентов безопасности и спроектировать конструкцию минимальной массы. Данная работа выполнена коллективом авторов, в котором Ю. П. Похабов построил модель отказов по схеме «нагрузка-сопротивление». В. Н. Наговицин обосновал выбор параметров для расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. Е. А. Иванов провел анализ сжатых цилиндрических оболочек из углепластика, подтвердивших практическую применимость метода. А. Ю. Похабов предложил метод расчета по предельному состоянию, позволяющий спроектировать конструкцию минимальной массы.

Ключевые слова: жесткость, композиционные материалы, космические конструкции, запас прочности, коэффициенты безопасности.

Введение

Композиционные материалы (КМ), представляющие собой гетерогенные структуры, образованные сочетанием армирующих элементов и изотропного связующего, находят широкое применение в различных областях техники. Армирующие элементы в виде тонких волокон, нитей или тканей задают высокую удельную прочность и жесткость материала, а связующее обеспечивает его монолитность. Современные КМ, армированные стеклянными, углеродными, борными и другими видами волокон на основе полимерного связующего, обладают удельными характеристиками прочности и жесткости, превышающими в 8–10

раз удельные характеристики алюминиевых и титановых сплавов.

Вместе с тем по своей сути изделия из КМ являются «конструкцией в конструкции». С одной стороны, это силовые конструкции, имеющие геометрические размеры (сечений и габаритов), состоящие из материалов с требуемыми физико-механическими характеристиками, элементы таких конструкций связаны разъемными или неразъемными соединениями, а сами конструкции имеют определенные граничные условия закрепления. С другой стороны, сам КМ в объеме материала также является конструкцией, состоящей из жестко соединенных между собой конструктивных элементов – армирующих волокон и связующего. Значения физико-механических характеристик таких конструкций зависят не только от физических свойств используемых волокон и связующего, но и от конструкторско-технологических

✉ pokhabov_yury@mail.ru

© Ассоциация «ТП «НИСС», 2024

факторов: структуры и объемного расположения армирующих элементов, схем и углов армирования, удельных массовых долей и адгезии соединяемых материалов, режимов термостабилизации композитных конструкций, особенностей технологической наследственности и т.п. условий конструирования и режимов изготовления.

Предельные нагрузки, которые воспринимают изделия из КМ как композитную конструкцию, зависят от вариации нагружающих факторов, варибельности конструкторско-технологического исполнения композитной конструкции и разбросов выходных параметров. Для обоснования выбора конструктивных параметров изделий из КМ необходимо применять научно обоснованные значения коэффициентов безопасности как поправочных коэффициентов для выбора расчетных значений к значению действительной нагрузки. В противном случае можно свести на нет усилия по достижению требуемых массово-жесткостных характеристик изделий из композиционных материалов. Методологический подход для определения коэффициентов безопасности для изделий из КМ существенно отличается от подхода для изделий на основе изотропных материалов с малыми значениями коэффициентов вариации несущей способности и нагрузок [1, 2].

В статье приводится методика определения коэффициентов безопасности изделий из КМ на примере сжатой цилиндрической оболочки.

Данная работа выполнена коллективом авторов, в котором Ю. П. Похабов построил модель отказов по схеме «нагрузка-сопротивление». В. Н. Наговицин обосновал выбор параметров для расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. Е. А. Иванов провел анализ сжатых цилиндрических оболочек из углепластика, подтвердивших практическую применимость метода. А. Ю. Похабов

предложил метод расчета по предельному состоянию, позволяющий спроектировать конструкцию минимальной массы.

1. Постановка задачи исследования

Задача исследования заключается в том, чтобы путем расчетов на этапе проектирования изделий из композитных материалов вывести необходимый коэффициент безопасности для компенсаций фактических разбросов механических характеристик композиционных материалов в результате используемых существующих технологий изготовления. Получение оптимального коэффициента безопасности позволит спроектировать конструкцию минимальной массы.

2. Цель проводимых исследований и пути её достижения

Основной целью данной работы является разработка методики расчета и проектирования стержневой цилиндрической оболочки из КМ, обеспечивающей минимальный вес и максимальную прочность и жесткость при заданной нагрузке.

Воспользуемся результатами работы, посвященной установлению коэффициентов безопасности и запасов прочности конструкций из изотропных материалов (металлов) при заданной вероятности их разрушения [3].

Модель отказов по схеме «нагрузка-сопротивление» при нормальных законах распределения случайных величин нагрузки и сопротивления имеет вид, показанный на рисунке 1.

На рисунке 1 область пересечения графиков плотностей распределения нагрузки $\varphi(N)$ и сопро-

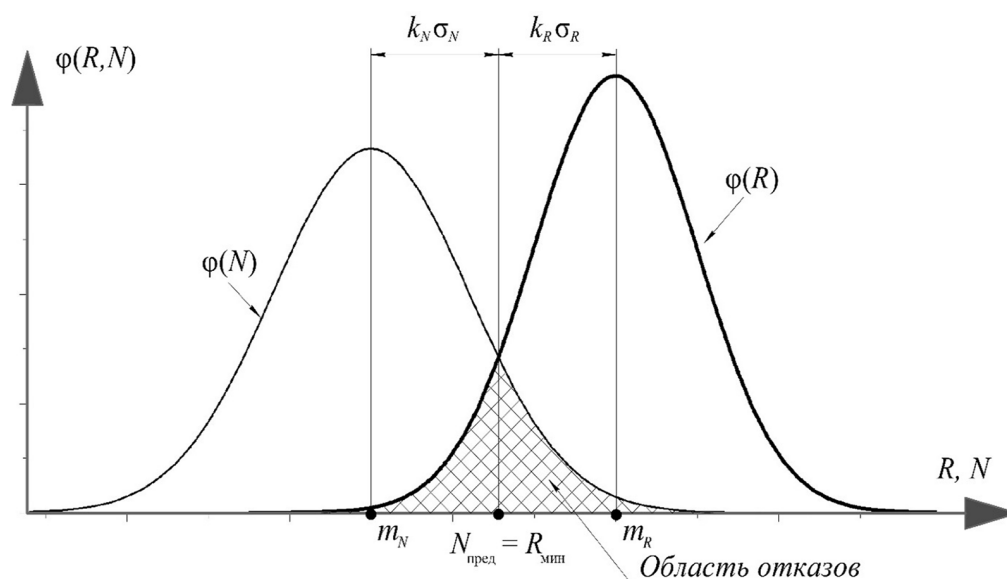


Рисунок 1. Модель отказов по схеме «нагрузка-сопротивление» при нормальном законе распределения случайных величин

тивления $\varphi(R)$ является областью отказов с вероятностью $P(t)$, площадь которой можно уменьшить несколькими способами:

- снизить значение среднеквадратического отклонения нагрузки σ_N (для этого необходимо сжать плотность распределения нагрузки по оси абсцисс);
- снизить значение среднеквадратического отклонения сопротивления σ_R (для этого необходимо сжать плотность распределения сопротивления по оси абсцисс);
- увеличить доверительную вероятность нахождения параметров генеральной совокупности N и R в заданном доверительном интервале (для этого при заданных значениях σ_N и σ_R необходимо раздвинуть значения математических ожиданий m_N и m_R по оси абсцисс за счет коэффициентов k_N и k_R , которые назначают от 2 до 6, исходя из принятого правила «сигм», например наиболее известного правила трех сигм).

При любом способе снижения вероятности отказов минимальная несущая способность конструкции и предельная нагрузка будут лежать в диапазоне от m_R до m_N , при этом вероятность разрушения наиболее нагруженного элемента конструкции (точка А на рисунке 1) равна

$$P = \Phi \left(\frac{\frac{n}{1-k_R \cdot v_R} - \frac{1}{1+k_N \cdot v_N}}{\sqrt{\left(\frac{n \cdot v_R}{1-k_R \cdot v_R} \right)^2 + \left(\frac{v_N}{1+k_N \cdot v_N} \right)^2}} \right), \quad (1)$$

где $n = \eta \cdot f$ – обобщенный коэффициент безотказности f и запаса прочности η , одновременно учитывающий действующие (эксплуатационные) нагрузки N и прочностные характеристики конструкционного материала; $v_R = \sigma_R / m_R$ и $v_N = \sigma_N / m_N$ – коэффициенты вариации сопротивления и нагрузки.

Физический смысл формулы (1) определяется состоянием системы «изделие-внешняя среда», при котором предельная нагрузка $N_{\text{пред}}$ и минимальное сопротивление наиболее нагруженного элемента $R_{\text{мин}}$ находятся на границе области отказов (в точке пересечения графиков плотностей распределения нагрузки и сопротивления – точке А на рисунке 1).

В работе [3] был сделан вывод о том, что при небольших значениях коэффициентов вариации (в пределах 10 %) вполне могут быть установлены приемлемые значения коэффициентов безопасности и запасов прочности, соответствующие заданным значениям вероятности разрушения силовых элементов конструкции. Однако уже при двукратном увеличении коэффициентов вариации нагрузки или сопротивления вероятность разрушения резко (на порядки) снижается и ее требуемое значение не может быть достигнуто ни при каких разумных значениях коэффициен-

тов безопасности или запасов прочности. В этом случае необходимо использовать процедуры получения гарантированных результатов – корректирующих действий по обеспечению стабилизации параметров работоспособности конструкции, позволяющих достичь статистически управляемого ее состояния. В частности, в указанной работе приведен пример исключения влияния разбросов размеров геометрических сечений путем проведения расчетов на прочность в запас с учетом минимаксного подхода к определению минимально возможного значения момента сопротивления при худших сочетаниях размеров сечения.

3. Особенность установления коэффициентов безопасности и запасов прочности для конструкций из композиционных материалов

Коэффициенты безопасности характеризуют внешние нагрузки, действующие по интерфейсам конструкций (гравитационные, инерционные, вибрационные, динамические, ударные), и массово-жесткостные параметры конструкции, влияющие на распределение внутренних нагрузок по силовым элементам (продольных и поперечных сил, крутящих и изгибающих моментов). Для большинства расчетных случаев нагружения при использовании изотропных конструкционных материалов коэффициенты вариации нагрузок укладываются в 10 % [1, 2]. При использовании композитных материалов вариабельность жесткостных характеристик зависит от множества факторов, в частности от марок (физикохимических характеристик) волокон и связующего, их процентного отношения, схем и углов армирования, а самое главное – от факторов технологической наследственности при изготовлении (неточностей изготовления конструкции композитов). На практике коэффициенты вариации механических характеристик конструкций из композиционных материалов достигают 60–80 %. Это существенно выше, чем у изотропных материалов (например, у большинства конструкционных материалов коэффициенты вариации составляют порядка 10 %). Однако, соблюдая конструктивные приемы упорядочения структуры и материала композита, а также регулируя технологические ограничения при его изготовлении, можно в широком диапазоне управлять жесткостью изделия путем выбора значений коэффициентов безопасности.

Говоря о запасах прочности η в русле постановки задачи исследования, мы должны понимать, что запас прочности рассматривается как множитель к коэффициенту безопасности f при определении минимальной несущей способности $R_{\text{мин}}$

максимально нагруженного силового элемента $N_{\text{пред}}$

$$R_{\text{мин}} = \eta \cdot f \cdot N_{\text{пред}} \quad (2)$$

Исходя из структуры формулы (2), к проблемам определения вариабельности жесткостных характеристик композиционного материала добавляются вопросы определения предельной несущей способности, которые зависят от вариабельности его прочностных характеристик, зависящих от разбросов геометрических размеров поперечных сечений и предельных значений допустимых напряжений. Последняя характеристика сама по себе является сложной для определения в методическом отношении и так же, как и жесткость, зависит от множества конструктивных факторов применяемого композиционного материала.

4. Параметры для рационального проектирования сжатой цилиндрической оболочки

При рациональном проектировании цилиндрической оболочки из КМ возможны различные формулировки поставленной задачи. В более общей постановке задачи рационального проектирования оболочки из КМ следует одновременно учитывать возможность исчерпания несущей способности конструкции по прочности, устойчивости и жесткости, как при статическом, так и при динамическом действии нагрузки [4–32].

В качестве параметров исследования принимаются направления армирования волокон, интенсивность армирования в заданном направлении, соотношение арматуры и связующего в КМ, геометрические размеры оболочки и другие параметры. Область допустимых значений параметров исследования определяется физическими, геометрическими и структурными ограничениями. Физические ограничения формулируются исходя из характера действующей нагрузки. Геометрические и структурные ограничения накладываются на размеры оболочки и структурные параметры КМ.

В зависимости от условий эксплуатации оболочки из КМ в качестве критерия или физических ограничений могут быть взяты минимальный вес конструкции при условии обеспечения прочности и устойчивости [7–9], максимальная жесткость конструкции с учетом фактора времени [10], максимальная частота первой формы собственных колебаний при динамическом нагружении и другие характеристики и свойства оболочки из КМ.

Критерий минимума веса наиболее применим при проектировании конструкций летательных аппаратов. Задача рационального проектирования продольно-поперечно армированной цилиндрической оболочки решается методом множителей

Лагранжа. Трудность задачи проектирования цилиндрической оболочки из КМ состоит в составлении функций ограничений и в их сложном виде. В связи с этим алгоритм поиска рационального проекта должен быть таким, чтобы можно было найти локальный экстремум целевой функции с уверенностью, что этот экстремум незначительно отличается от глобального [11].

5. Выбор параметров для расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов, нагруженных осевой сжимающей силой

Рассмотрим цилиндрическую оболочку из КМ, нагруженную осевой сжимающей силой и шарнирно опертую по торцам. Поставим перед собой задачу спроектировать цилиндрическую оболочку из КМ так, чтобы, выдерживая заданную нагрузку N при заданной длине L , оболочка имела наименьший вес G .

Условия создания рациональной конструкции оболочки из КМ можно представить в виде схемы (рисунок 2).

Требуемые механические характеристики и свойства оболочки из КМ определяются действием осевого сжимающего усилия N .

Эти требования, определяемые действием осевого сжимающего усилия N , накладывают физические ограничения на задачу рационального проектирования цилиндрической оболочки. Кроме того, на проектирование оболочки из КМ накладываются некоторые геометрические и структурные ограничения, касающиеся верхних и нижних пределов геометрических переменных и структурных параметров: размеры оболочки, углы намотки армирующих волокон, их количество и другие [11].

При проектировании цилиндрической оболочки из КМ необходимо определить следующие параметры (см. рисунок 2):

- а) объемное соотношение арматуры и связующего (объемный модуль армирования μ);
- б) схему армирования (углы армирования $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$);
- в) анизотропию механических характеристик (коэффициенты армирования $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$).

Вопросы выбора наиболее предпочтительной схемы армирования цилиндрической оболочки, работающей в условиях осевого сжатия, рассматривались в работах [4, 12–14]. Рациональным считался проект, которому соответствует наибольшее значение критической нагрузки для заданного объемного содержания армируемых элементов.

При объемном модуле армирования $\mu=0,6$ процентное соотношение слоев, армированных вдоль образующей, под углом $\pm 45^\circ$ и по окружности соответственно составляет 75 %, 22 %, 3 %.

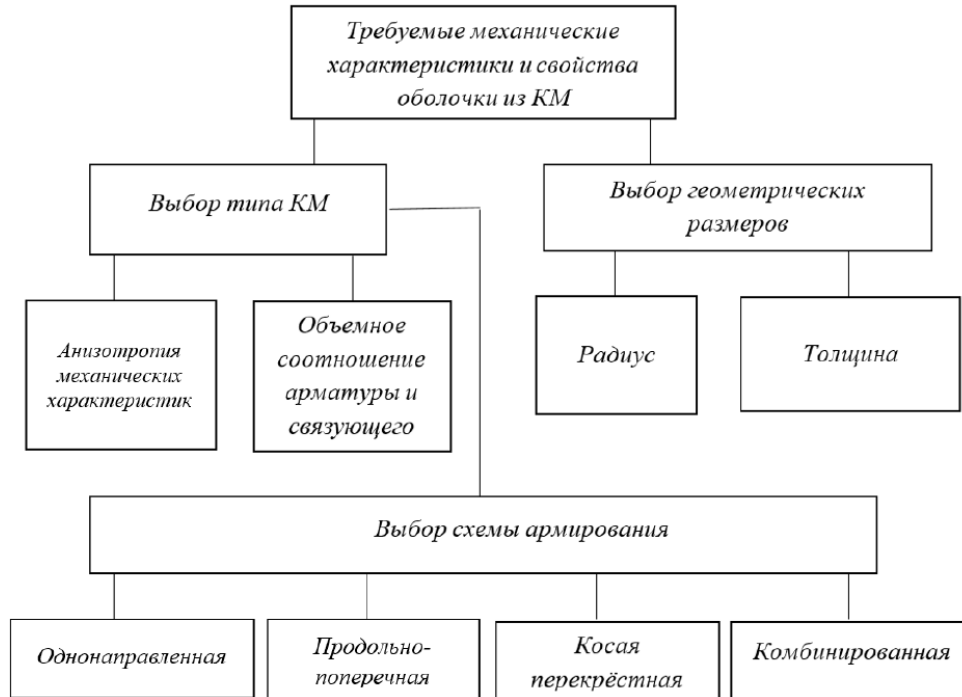


Рисунок 2. Схема синтеза цилиндрической оболочки из КМ

Таким образом, наиболее предпочтительные параметры цилиндрической оболочки из КМ, работающей в условиях осевого сжатия, в задаче рационального проектирования можно принять следующие:

- 1) объемный модуль армирования $\mu=0,6$;
- 2) армирующие слои направлены под углами $\varphi_0=0^\circ$; $\varphi_{45}=\pm 45^\circ$; $\varphi_{90}=90^\circ$ к продольной оси оболочки;
- 3) коэффициенты армирования соответственно равны $\gamma_0=0,75$; $\gamma_{45}=0,22$; $\gamma_{90}=0,03$.

Наиболее предпочтительная анизотропия сжатой цилиндрической оболочки из КМ, количество элементарных слоев по толщине в котором $\theta \geq 8$, имеет вид:

$$\theta = \frac{\theta_0}{0} + \frac{\theta_{45}}{\pm 45^\circ} + \frac{\theta_{90}}{90^\circ},$$

где θ – общее количество слоев; θ_0 – количество слоев, армированных в продольном направлении; $\theta_0=0,75 \cdot \theta=1,2,3 \dots$; θ_{45} – количество слоев, армированных под углом $\pm 45^\circ$; $\theta_{45}=0,22 \cdot \theta=2,4,6 \dots$; θ_{90} – количество слоев, армированных в окружном направлении; $\theta_{90} = \theta - \theta_0 - \theta_{45}$.

При количестве слоев $\theta < 8$ рациональная анизотропия материала имеет вид

$$\frac{\theta}{0}.$$

Армирование материала в окружном направлении при $\theta \leq 30$ может быть обеспечено только наружным технологическим слоем под углом 90° к продольной оси оболочки.

Сформулируем задачу проектирования следующим образом: выбрать толщину оболочки h ,

радиус ее срединной поверхности R так, чтобы, выдерживая заданную нагрузку N при заданной длине L , оболочка имела наименьший вес $G(\vec{x})$. Целевая функция в этом случае запишется в виде:

$$G(\vec{x}) = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot L \cdot R \cdot h, \quad (3)$$

где $\vec{x} = \{h, R\}$ – вектор исследуемых параметров; ρ – удельный вес композиционного материала.

Для полной постановки задачи нелинейного программирования составим функции ограничений на местную устойчивость оболочки $f_1(\vec{x})$, общую устойчивость оболочки как стержня трубчатого сечения $f_2(\vec{x})$ и условия прочности материала $f_3(\vec{x})$:

$$\left. \begin{aligned} f_1(\vec{x}) &= 1 - \frac{N}{N_M(\vec{x})} \geq 0 \\ f_2(\vec{x}) &= 1 - \frac{N}{N_\Sigma(\vec{x})} \geq 0 \\ f_3(\vec{x}) &= 1 - \frac{N}{N_R(\vec{x})} \geq 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

К геометрическим отнесем ограничения на размеры оболочки:

$$\left. \begin{aligned} f_4(\vec{x}) &= h > 0 \\ f_5(\vec{x}) &= R > 0 \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Значения критических усилий при местной $N_M(\vec{x})$, общей потере устойчивости N_Σ , при разрушении материала N_p берем аналогично:

$$\left. \begin{aligned} N_M(\bar{x}) &= 2 \cdot \pi \cdot h^2 \cdot \alpha \\ N_3(\bar{x}) &= \pi^3 \cdot L^2 \cdot h \cdot R^3 \cdot E_1 \\ N_P(\bar{x}) &= 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \cdot \sigma_1 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Для осесимметричной формы потери устойчивости:

$$\alpha = \alpha_1 = \frac{\sqrt{E_1 \cdot E_2}}{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21})}}, \quad (7)$$

а в случае не осесимметричной формы потери устойчивости оболочки:

$$\alpha = \alpha_2 = \frac{\sqrt{E_1 \cdot E_2}}{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21})}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \nu_{12} \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \frac{2 \cdot G_{12}}{E_2 \cdot (1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21})} \cdot \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \cdot G_{12}}{G_{12} + 0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2} - \nu_{21} \cdot G_{12} \cdot \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}}}, \quad (8)$$

где σ_1 – предел прочности КМ при сжатии в продольном направлении; E_1, E_2 – модули упругости КМ в продольном и поперечном направлениях соответственно; G_{12} – модуль сдвига КМ; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона КМ.

При определении значения критического усилия при местной потере устойчивости по формуле (6) используем меньшее из значений α , определенных в (7) и (8).

6. Порядок расчета параметров цилиндрических оболочек из композиционных материалов, нагруженных осевой сжимающей силой

Поставленную задачу рационального проектирования (3)–(5) будем решать методом Лагранжа.

Для удобства записи неизвестные параметры исследования h и R обозначим через $x_i (i=1,2)$. Обозначим в ограничениях (4) и в целевой функции (3) постоянные величины коэффициентов

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot L, \\ B &= \pi^3 \cdot L^2 \cdot E_1, \\ C &= 2 \cdot \pi \cdot \sigma_1, \\ D &= 2 \cdot \pi \cdot \alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда ограничения (4) и целевую функцию (3) можно записать в виде:

$$G(\bar{x}) = A \cdot x_1 \cdot x_2. \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(\bar{x}) &= 1 - \frac{N}{D \cdot x_1^2} \geq 0 \\ f_2(\bar{x}) &= 1 - \frac{N}{B \cdot x_1 \cdot x_2^3} \geq 0 \\ f_3(\bar{x}) &= 1 - \frac{N}{C \cdot x_1 \cdot x_2} \geq 0 \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Метод множителей Лагранжа применим, если ограничения заданы в виде равенств. Ограничения (11) можем превратить в равенства, используя вспомогательные переменные $x_{si} (i=1,2,3)$:

$$\left. \begin{aligned} f_1(\bar{x}, \bar{x}_s) &= D \cdot x_1^2 - N - x_{s1} = 0 \\ f_2(\bar{x}, \bar{x}_s) &= B \cdot x_1 \cdot x_2^3 - N - x_{s2} = 0 \\ f_3(\bar{x}, \bar{x}_s) &= C \cdot x_1 \cdot x_2 - N - x_{s3} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Следовательно, чтобы выполнялись неравенства (11), вспомогательные неизвестные X_{si} должны быть неотрицательными:

$$\begin{aligned} X_{s1} &\geq 0, \\ X_{s2} &\geq 0, \\ X_{s3} &\geq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Для отыскания минимума функции $G(\bar{x})$ рассмотрим неотрицательную область пятимерного пространства $X_1, X_2, X_{s1}, X_{s2}, X_{s3}$ – это основные h и R и вспомогательные неизвестные (13). Необходимо рассматривать границу области, потому что некоторые из вспомогательных неизвестных могут быть равны нулю.

Составим функцию Лагранжа:

$$\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda}) = G(\bar{x}) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot f_i(\bar{x}, \bar{x}_s), \quad (14)$$

где

$$\bar{x}_s = \{x_{s1}, x_{s2}, x_{s3}\}, \bar{\lambda} = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\},$$

или в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda}) = & A \cdot X_1 \cdot X_2 + \\ & + \lambda_1 \{ D \cdot X_1^2 - N - X_{s1} \} + \\ & + \lambda_2 \{ B \cdot X_1 \cdot X_2^3 - N - X_{s2} \} + \\ & + \lambda_3 \{ C \cdot X_1 \cdot X_2 - N - X_{s3} \}. \end{aligned} \quad (15)$$

В точке экстремума частные производные функции $\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})$ по всем переменным, включая X_{si} , должны быть равны нулю:

$$\frac{d\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})}{dx_1} = 0, \quad \frac{d\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})}{dx_2} = 0. \quad (16)$$

Приравняв нулю производные по дополнительным неизвестным при условии, что $X_{si} > 0$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})}{dX_{s1}} &= \lambda_1 = 0 \\ \frac{d\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})}{dX_{s2}} &= \lambda_2 = 0 \\ \frac{d\Phi(\bar{x}, \bar{x}_s, \bar{\lambda})}{dX_{s3}} &= \lambda_3 = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Как видим, если в точке экстремума любые из дополнительных неизвестных больше нуля (в рассматриваемой цилиндрической оболочке это соответствует случаю, когда осевая сжимающая сила меньше какого-либо предельного значения), соответствующие множители Лагранжа λ_i обращаются в нуль. Следовательно, при поиске минимума эти ограничения можно отбросить. При движении по границе области, где некоторые $X_{si} = 0$ (в оболочке случай, когда нагрузка достигает одного или нескольких предельных значений), ограничения с соответствующими номерами следует учитывать, т.е. множители Лагранжа могут отличаться от нуля.

Чтобы найти минимум функции (10), необходимо решить совместно пять уравнений: два уравнения (16) и три неравенства (11). Причем находятся такие значения множителей Лагранжа $\lambda_i (i=1,2,3)$ и неизвестных $X_i (i=1,2)$, которые удовлетворяют системе уравнений (11) и (16). Известно, что $X_1 > 0$ и $X_2 > 0$. Найденные значения X_1 и X_2 дают минимум функции $G(\bar{x})$. Данную задачу можно решить аналитически, когда отброшены ограничения в форме неравенств (все $X_{si} > 0$ и, следовательно, λ_i в (15) равны нулю), и таким образом из (16) найдем значения X_1 и X_2 . Однако решение этой системы не принадлежит области определения функции $G(\bar{x})$, поскольку в результате получаем $X_1 = X_2 = 0$.

Затем найдем решение, подключая по одному неравенству и рассматривая его как существенное.

Процесс продолжается до тех пор, пока не будут подключены все неравенства.

Найденное значение переменных X_1 и X_2 соответствует наименьшему значению $G(\bar{x})$, если рассматривать лишь те значения, которые удовлетворяют всем ограничениям.

Итак, вначале будем искать решения, подключая по одному из равенств (12), (16), последовательно полагая соответствующие $X_{si} = 0$ ($i=1,2,3$). Найденные значения параметров в первых двух случаях не принадлежат области определения $G(\bar{x})$, так как получаем $X_1 = X_2 = 0$.

В третьем случае кривая

$$X_1 \cdot X_2 = N / C, \quad (18)$$

является линией уровня поверхности $G(\bar{x}) = A \cdot X_1 \cdot X_2$ и поэтому во всех точках этой кривой значения функции $G(\bar{x})$ постоянны и равны

$$G(\bar{x}) = A \cdot N / C. \quad (19)$$

Однако мы можем выбрать не любые значения X_1 и X_2 , удовлетворяющие уравнению (18), а только те, которые также удовлетворяют двум первым неравенствам (11), поэтому на X_1 и X_2 накладываем условия, полученные согласно первым двум равенствам (11) с подстановкой в них (18):

$$\begin{aligned} \sqrt{N/D} &\leq X_1 \leq (N/C) \sqrt{B/C}, \\ \sqrt{C/B} &\leq X_2 \leq \frac{\sqrt{N \cdot D}}{C}. \end{aligned} \quad (20)$$

Подключая затем по два уравнения из выражений (12) и полагая соответственно $X_{si} = 0$, получим:

1) при $X_{s1} = X_{s2} = 0$

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{N/D}, \\ X_2 &= \sqrt[6]{N \cdot D / B^2}; \end{aligned} \quad (21)$$

2) при $X_{s1} = X_{s3} = 0$

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{N/D}, \\ X_2 &= \frac{\sqrt{N \cdot D}}{C}; \end{aligned} \quad (22)$$

3) при $X_{s2} = X_{s3} = 0$

$$\begin{aligned} X_1 &= (N/C) \cdot \sqrt{B/C}, \\ X_2 &= \sqrt{C/B}. \end{aligned} \quad (23)$$

Наконец, полагая одновременно $X_{s1} = X_{s2} = X_{s3} = 0$ для определения X_1 и X_2 , получим систему трех уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{aligned} D \cdot X_1^2 - N &= 0, \\ B \cdot X_1 \cdot X_2^3 - N &= 0, \\ C \cdot X_1 \cdot X_2 - N &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Система имеет решение при условии

$$N = \frac{C^3}{B \cdot D},$$

откуда, подставляя значения коэффициентов B , C , и D , можно получить

$$L^* = \sqrt{\frac{\pi \cdot \alpha \cdot E_1 \cdot N}{4 \cdot \sigma_1^3}}. \quad (25)$$

Из найденных значений X_1 и X_2 следует оставить те решения, которые при заданных значениях осевой сжимающей нагрузки, длины оболочки и материала удовлетворяют всем ограничениям и соответствуют наименьшим значениям функции $G(\bar{x})$.

Так как для отыскания X_1 и X_2 каждый раз использовалась только часть ограничений, то, подставляя найденные пары значений X_1 и X_2 в соответствующие ограничения, которые не использовались при их нахождении, получим следующие результаты:

1) если заданная длина оболочки $L=L^*$, то наиболее предпочтительные размеры оболочки равны (активны ограничения на прочность и местную устойчивость):

$$h = \sqrt{\frac{N}{D}}, R = \frac{\sqrt{N \cdot D}}{C}; \quad (26)$$

2) если заданная длина оболочки $L > L^*$, активны ограничения на местную и общую потерю устойчивости:

$$h = \sqrt{\frac{N}{D}}, R = \sqrt[6]{\frac{N \cdot D}{B^2}}; \quad (27)$$

3) при $L < L^*$ размеры h , R могут принимать любые значения, удовлетворяющие уравнению:

$$h \cdot R = N / C, \quad (28)$$

причем толщина h и радиус R оболочки ограничены следующими значениями:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{N}{D}} \leq h \leq \frac{N}{C} \cdot \sqrt{\frac{B}{C}}, \\ \sqrt{\frac{C}{B}} \leq R \leq \frac{\sqrt{N \cdot D}}{C}. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом, зная величину действующей нагрузки N и механические характеристики материала, можем вычислить значение L^* . Сравнивая его с заданной длиной оболочки, определяем размеры поперечного сечения h и R по одному из трех приведенных вариантов.

Современные КМ имеют разброс прочности и упругих свойств, что приводит к необходимости развития статистических подходов к оценке несущей способности конструкций, изготовленных

из этих материалов. Использование статистических методов становится особенно актуальным при проектировании рациональных конструкций из КМ. Проектирование таких конструкций трактуется как проблема обеспечения их работоспособности при минимальном весе [15].

7. Расчет коэффициентов безопасности для изделий из композиционных материалов на примере сжатой цилиндрической оболочки

Для решения современных проблем механики конструкций из КМ характерным является феноменологический подход, предполагающий испытания образцов, мелкомасштабных моделей и натуральных конструкций. Для реализации указанного подхода применительно к оценке работоспособности конструкций в работах [15–20, 22] предложен метод расчета по предельному состоянию.

Условие неразрушаемости моделей в соответствии с этим методом расчета можно записать в виде:

$$\bar{k}_0 V(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_r) \cdot (1 - Y \cdot v_0) \cdot m = N_0, \quad (30)$$

где $V(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_r)$ – функциональная зависимость расчетной нагрузки от средних значений геометрических характеристик моделей и механических свойств их материала, определенных при испытании образцов; $\bar{k}_0$ – среднее значение параметра нагрузки, принятого в виде отношения предельной нагрузки, определенной при испытании моделей, к ее расчетной величине; v_0 – коэффициент вариации параметров нагрузки; Y – квантиль надежности, соответствующий заданному уровню надежности и определяемый в соответствии с таблицей [25]; m – коэффициент условий работы, учитывающий изменение предельной нагрузки при воздействии некоторой физической среды; принимается в виде произведения отношений нормированных значений параметра нагрузки в фиксированные интервалы времени воздействия среды (31); N_0 – эксплуатационная нагрузка.

$$m = \prod_{i=1}^t \frac{\bar{k}_0^i (1 - Y \cdot v_0^i)}{\bar{k}_0^{i-1} (1 - Y \cdot v_0)}, \quad (31)$$

где $\bar{k}_0^i$, v_0^i – средние значения и коэффициенты вариации параметра нагрузки в i -ый момент времени, i -м этапе испытаний; t – общее количество интервалов времени либо этапов испытаний.

Особенностью условия неразрушаемости (30) является то, что все случайные свойства моделей сведены к одному обобщенному параметру нагрузки, благодаря чему значительно облегчает-

Таблица 1

Значение квантилей нормированного нормального распределения

Вероятность Ψ	Квантиль Y_Ψ	Вероятность Ψ	Квантиль Y_Ψ
0	$-\infty$	0,5000	0,00
0,0001	-3,72	0,6000	0,25
0,0010	-3,09	0,7000	0,52
0,0050	-2,58	0,8000	0,84
0,0100	-2,33	0,9000	1,28
0,0250	-1,96	0,9500	1,64
0,0500	-1,64	0,9750	1,96
0,1000	-1,28	0,9900	2,33
0,2000	-0,84	0,9950	2,58
0,3000	-0,52	0,9990	3,09
0,4000	-0,25	1,000	∞

ся решение ряда практических задач, связанных с выбором расчетной зависимости, определением коэффициента безопасности и оценкой работоспособности.

Точность j -й используемой расчетной зависимости оценивается критерием:

$$C^j = 1 - Y \cdot \nu_0 = \text{макс}, \quad (32)$$

который означает, что максимальное значение коэффициента однородности C^j параметра нагрузки, вычисленного при использовании одной и той же выборки испытаний, соответствует наименьшему расхождению между опытными и расчетными нагрузками, т.е. наиболее точной расчетной зависимости.

Анализ разброса параметра нагрузки позволяет определить коэффициент безопасности при заданной надежности:

$$f = \frac{1}{1 - Y \cdot \nu_0} \cdot \prod_{i=1}^t \frac{(1 - Y \cdot \nu_0^{i-1})}{(1 - Y \cdot \nu_0^i)}, \quad (33)$$

который в общем случае отличается от нормативного коэффициента безопасности f_n , либо надежность конструкции (соответствующий квантиль надежности) при заданном нормативном коэффициенте безопасности:

$$Y_i = \frac{1}{\nu_0^i} \cdot \left(1 - \frac{1}{f_n} \right). \quad (34)$$

Из выражения (34) следует, что надежность моделей может быть повышена за счет увеличения нормативных коэффициентов безопасности либо за счет уменьшения коэффициентов вариации параметров нагрузки.

В нормальных условиях работы моделей в выражениях (30), (31), (33) принимается, что коэффициент условий работы:

$$m = 1, \quad (35)$$

коэффициент безопасности при заданной надежности:

$$f = \frac{1}{1 - Y \cdot \nu_0}. \quad (36)$$

При переходе от моделей к натурной конструкции (для крупногабаритных изделий) в случае использования конструктивно и технологически подобных моделей свойства их материала и материала натуральных конструкций принимаются одинаковыми, а геометрические параметры и эксплуатационная нагрузка пересчитываются в соответствии с критериями подобия [6, 9, 10, 14, 17].

Сравнение результатов испытаний моделей и натуральных конструкций формулируется как задача проверки статистических гипотез о равенстве соответствующих выборочных характеристик. Поскольку число испытаний натуральных конструкций бывает ограниченным, указанная задача решается с использованием последовательного критерия Вальда, при котором достигается более высокая по сравнению с другими методами точность определения среднего значения и коэффициента вариации параметра нагрузки натурной конструкции [15].

Сформулируем задачу проектирования следующим образом: выбрать толщину оболочки h , радиус поверхности R так, чтобы при заданной длине L , выдерживая заданную нагрузку N с вероятностью не менее ψ , оболочка имела наименьший вес $G(\bar{x})$.

Задача рационального проектирования с учетом надежности конструкции сводится к задаче (3)–(5), причем значения критических усилий при местной $N_0^M(\bar{x})$ и общей $N_0^O(\bar{x})$ потере устойчивости, при разрушении материала $N_0^P(\bar{x})$ с учетом (30) берем следующие:

$$\left. \begin{aligned} N_0^M(\bar{x}) &= \bar{k}_0^M \cdot 2\pi \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot (1 - Y \cdot v_0^M) \\ N_0^3(\bar{x}) &= \bar{k}_0^3 \cdot \pi^3 \cdot L^{-2} \cdot h \cdot R^3 \cdot E_1 \cdot (1 - Y \cdot v_0^3) \\ N_0^P(\bar{x}) &= \bar{k}_0^P \cdot 2\pi \cdot R \cdot h \cdot \sigma_1 \cdot (1 - Y \cdot v_0^P) \end{aligned} \right\}, \quad (37)$$

где $\bar{k}_0^M, v_0^M$ – среднее значение и коэффициент вариации параметра нагрузки при местной потере устойчивости оболочки; $\bar{k}_0^3, v_0^3$ – среднее значение и коэффициент вариации параметра нагрузки при общей потере устойчивости оболочки; $\bar{k}_0^P, v_0^P$ – среднее значение и коэффициент вариации параметра нагрузки при разрушении материала; Y – квантиль надежности, соответствующий вероятности ψ .

Задачу рационального проектирования (3)–(5) с учетом (37) будем решать методом множителей Лагранжа, приведенным выше.

В целевой функции (3) и ограничениях (4) с учетом (37) введем обозначения:

$$\begin{aligned} A &= 2\pi \cdot \rho \cdot L, \\ B' &= \pi^3 \cdot L^{-2} \cdot E_1 \cdot \bar{k}_0^3 \cdot (1 - Y \cdot v_0^3), \\ C' &= 2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \bar{k}_0^P \cdot (1 - Y \cdot v_0^P), \\ D' &= 2\pi \cdot \alpha \cdot \bar{k}_0^M \cdot (1 - Y \cdot v_0^M). \end{aligned} \quad (38)$$

Критическая длина оболочки запишется следующим образом:

$$L' = \sqrt{\frac{\pi \cdot \alpha \cdot E_1 \cdot N \cdot [\bar{k}_0^3 \cdot (1 - Y \cdot v_0^3)] \cdot [\bar{k}_0^M \cdot (1 - Y \cdot v_0^M)]}{4\sigma_1^3 \cdot [\bar{k}_0^P \cdot (1 - Y \cdot v_0^P)]}}. \quad (39)$$

Наиболее рациональные размеры h, R цилиндрической оболочки, выдерживающей осевую нагрузку N с вероятностью не менее ψ при заданной длине оболочки L , равны:

1) если заданная длина оболочки $L = L'$, то

$$h = \sqrt{\frac{N}{D'}}, R = \frac{\sqrt{N \cdot D'}}{C'}; \quad (40)$$

2) если заданная длина оболочки $L > L'$, то

$$h = \sqrt{\frac{N}{D'}}, R = \sqrt[6]{\frac{N \cdot D'}{(B')^2}}; \quad (41)$$

3) при $L < L'$ размеры h и R могут принимать любые значения, удовлетворяющие уравнению

$$h \cdot R = N / C', \quad (42)$$

причем толщина h и радиус срединной поверхности оболочки R ограничены следующими значениями:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{N}{D'}} &\leq h \leq \frac{N}{C'} \sqrt{\frac{B'}{C'}}, \\ \sqrt{\frac{C'}{B'}} &\leq R \leq \frac{\sqrt{N \cdot D'}}{C'}. \end{aligned} \quad (43)$$

Средние значения и коэффициенты вариации параметра нагрузки были определены по результатам испытаний на прочность и устойчивость трубчатых стержней из углепластика. Полученные средние значения распределения параметра нагрузки подчинены нормальному закону распределения. Средние значения и коэффициенты вариации параметра нагрузки при местной $\bar{k}_0^M, v_0^M$ и общей $\bar{k}_0^3, v_0^3$ потере устойчивости,

при разрушении материала стержней $\bar{k}_0^P, v_0^P$ соответственно равны:

$$\begin{aligned} k_0^M &= 0,60, & v_0^M &= 0,08; \\ k_0^3 &= 0,88, & v_0^3 &= 0,10; \\ k_0^P &= 1,00, & v_0^P &= 0,11. \end{aligned} \quad (44)$$

Формулы (3)–(44) могут быть использованы для расчета размеров несущей способности и характера ее потери сжатых стержней из КМ.

Заключение

1. Назначение коэффициентов безопасности для изделий из композиционных материалов следует производить не только исходя из нагрузок, условий закрепления, геометрических размеров

(сечений и габаритов) и физико-механических характеристик используемых волокон и связующего, но и конструкторско-технологических факторов, определяющих конструкцию композитных материалов: структуры и объемного расположения армирующих элементов, схем и углов армирования, удельных массовых долей и адгезии соединяемых материалов, режимов термостабилизации композитных конструкций, особенностей технологической наследственности и т.п. условий конструирования и режимов изготовления.

2. В качестве функций ограничения задачи рационального проектирования композиционных

материалов необходимо учитывать ограничения на местную и общую устойчивость оболочки, а также условие прочности материала.

3. Разработан метод расчета по предельному состоянию, позволяющий оценить точность используемых теоретических решений, определить значения коэффициентов безопасности и спроектировать конструкцию минимальной массы.

4. Проведен анализ по сжатым цилиндрическим оболочкам из углепластика, подтверждающий практическую применимость метода, и определены границы его применения.

Список литературы

- [1] Алёшин В.Ф., Колобов А.Ю., Петров Ю.А. Проблемные вопросы прогнозирования и подтверждения надёжности космических аппаратов длительного функционирования // Наука и Образование. 2015. № 6. С. 31–41.
- [2] Особенности транспортировки капсулы с грунтом с помощью надувной оболочки в грунтозаборном устройстве КА «Фобос-Грунт» / Петров Ю.А., Колобов А.Ю., Кононенко А.С. и др. // Наука и Образование. 2016. № 5. С. 14–28.
- [3] Похабов Ю.П., Шендалёв Д.О., Колобов А.Ю., Наговицин В.Н., Иванов Е.А. К вопросу установления коэффициентов безопасности и запасов прочности при заданной вероятности неразрушения силовых конструкций // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22. № 1. С. 113–123.
- [4] Азарова Г.Н. Оптимальное армирование цилиндрических оболочек из композиционных материалов, нагруженных внутренним давлением и осевой сжимающей силой / В сб. Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов, «РТМ», ЦАГИ, 1978. Вып. VI. С. 40–53.
- [5] Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1977. 143 с.
- [6] Тетерс Г.А. Проблемы оптимизации оболочек из композитных материалов // Обзор Известий АН Латв. ССР, 1978. № 3. С. 86–91.
- [7] Лукашевичус Р.С., Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. Минимизация массы цилиндрических оболочек из композиционного материала с упругим наполнителем при комбинированном нагружении, работающих на прочность и устойчивость // Механика полимеров, 1976. № 2. С. 289–297.
- [8] Миткевич А.Б., Протасов В.Д. Оптимизация равнопрочных цилиндрических оболочек давления к устойчивости осевого сжатия // Механика полимеров, 1973. № 6. С. 1123–1126.
- [9] Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. О выборе оптимальных параметров цилиндрической стеклопластиковой оболочки при осевом сжатии // Механика полимеров, 1970. № 6. С. 1132–1134.
- [10] Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б. Начальные несовершенства и формы выпучивания цилиндрических оболочек из полимерных материалов при длительном нагружении // Механика полимеров, 1975. № 1. С. 145–151.
- [11] Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. Рига: Зинатне, 1974. 270 с.
- [12] Васильев В.В., Марциновский В.В. Оптимальное проектирование композиционных материалов при плоском напряженном состоянии / В сб. Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов, «РТМ», ЦАГИ, 1978. Вып. VI. С. 141–152.
- [13] Ншанян Ю.С. К вопросу проектирования структуры пакета композита оптимальных тонкостенных элементов конструкций // Механика композитных материалов. 1984. № 3. С. 402–407.
- [14] Ершов Н.П. Исследование местной устойчивости конструктивно-анизотропных оболочек / В кн. Прочность и надежность сложных систем. Киев: Наукова думка, 1979. С. 53–58.
- [15] Ершов Н.П. Исследование общей устойчивости конструктивно-анизотропных оболочек // Механика анизотропных конструкций, ВИМИ, 1980. С. 39–46.
- [16] Ершов Н.П. Исследование устойчивости гладких и подкрепленных оболочек из волокнистых композиционных материалов // Механика анизотропных конструкций, ВИМИ, 1980. С. 47–55.
- [17] Ершов Н.П. Об одном критерии рационального проектирования анизотропных конструкций // Механика композитных материалов, 1979. № 4. С. 647–651.
- [18] Ершов Н.П. Предельное состояние и надежность конструкций из композиционных материалов // Журнал Всесоюзного химического общества им. Д.И. Менделеева, том XXIII, 1978. № 3. С. 319–322.
- [19] Наговицин В.Н. Задача оптимизации сжатой цилиндрической оболочки с учетом ее надежности // САКС-2004: Материалы международной научно-практической конференции. Красноярск, 2005.

- [20] Ершов Н.П. Проектирование анизотропных конструкций / В сб. Техника, экономика, информация: Сер. Техника. Композиционные материалы, 1981. С. 160 с.
- [21] Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний. М.: Машиностроение, 1985. 232 с.
- [22] Наговицин В.Н. Задача оптимизации сжатой цилиндрической оболочки с учетом ее надежности // Вестник СибГАУ. Вып. № 6. Красноярск 2005. С. 75–77.
- [23] Колпачков Е.Д., Петрова А.П., Курносов А.О., Соколов И.И. Методы формования изделий авиационного назначения из ПКМ (обзор) // Труды ВИАМ. № 11(83). 2019. С. 22–36.
- [24] Гуняева А.Г., Курносов А.О., Гуляев И.Н. Высокотемпературные полимерные композиционные материалы, разработанные во ФГУП «ВИАМ», для авиационно-космической техники: Прошлое, настоящее, будущее (обзор) // Труды ВИАМ. № 1 (95). 2021.
- [25] Дориомедов М.С. Российский и мировой рынок полимерных композитов (обзор) // Труды ВИАМ № 6–7 (89). 2020. С. 29–37.
- [26] Веселова А.В., Веселов А.В. Разработка высокоточных конструкций из полимерных материалов // Интерактивная наука. № 12. 2017. С. 159–160.
- [27] Плахотникова Е.В., Сафонов А.С., Ушаков М.В. Проектирование изделий с учетом требований к показателям надежности // Известия ТулГУ: Технические науки. 2015. Вып. 7. Ч. 1. С. 134–13
- [28] Лепихин А.М., Буров А.Е., Москвичев В.В. Возможности расчетной оценки надежности металлокомпозитных баков высокого давления // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 4. С. 49–55.
- [29] Доронин С.В., Филиппова Ю.Ф. Оценка живучести повреждаемых колебательных систем стержневого типа // Динамика систем, механизмов и машин. 2019. Том 7. № 1. С. 48–54.
- [30] Каблов Е.Н., Чурсова Л.В., Бабин А.Н., Мухаметов Р.Р., Панина Н.Н. Разработки ФГУП «ВИАМ» в области расплавных связующих для полимерных композиционных материалов // Полимерные материалы и технологии. 2016. Т. 2. № 2. С. 37–42.
- [31] Аккуратов И.Л., Алямовский А.И., Виноградов А.С., Герасимова Т.И. Результаты исследований свойств углепластиков на основе различных полимерных связующих, перспективных для изготовления конструкций космической техники. Космическая техника и технологии. № 1(20). 2018. С. 54–66.
- [32] Валуева М.И., Зеленина И.В., Жаринов М.А., Ахмадиева К.Р. Мировой рынок высокотемпературных полиимидных углепластиков (обзор) // Труды ВИАМ № 12 (84). 2019. С. 67–79

SAFETY COEFFICIENTS FOR PRODUCTS MADE OF COMPOSITE MATERIALS USING THE EXAMPLE OF A COMPRESSED CYLINDRICAL SHELL

V.N. Nagovitsin, Y.P. Pokhabov, E.A. Ivanov, A.Y. Pokhabov

*JSC «Academician M. F. Reshetnev» Information Satellite Systems»
Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, The Russian Federation*

The main objective of this study is to obtain a method of calculation safety coefficients for composite materials products in order to compensate for the actual variations in the mechanical characteristics of composite materials as a result of the existing manufacturing technologies used, which will ensure high reliability of composite materials structures used in space technology and other industries. The study was conducted on theoretical parametric mathematical models, using the mathematical apparatus of probability theories and statistics, using the developed step-by-step methodology. The practical applicability of the developed method is confirmed by the example of the analysis compressed cylindrical shell. The result of the study is a developed calculation method based on the limit state, which allows to evaluate the accuracy of the theoretical solutions used, determine the values of safety coefficients and design a minimum mass structure. This work was performed by a team of authors, in which Yu.P. Pokhabov built a failure model according to the “load- resistance” scheme. Nagovitsin V.N. justified the

choice of parameters for calculating cylindrical shells made of composite materials. Ivanov E.A. conducted an analysis of compressed cylindrical shells made of carbon fiber that confirmed the practical applicability of the method. Pokhabov A. Yu. proposed a method of calculation based on the limit state, which allows to design a minimum mass structure.

Keywords: rigidity, composite materials, space structures, safety margin, safety factor.

References

- [1] Aleshin V.F., Kolobov A. Yu., Petrov Yu.A. Problematic issues of forecasting and confirming the reliability of long-term functioning spacecraft. Science and education. 2015. No. 6. pp. 31–41.
- [2] Features of transporting a capsule with soil using an inflatable shell in the soil intake device of the Phobos-Grunt spacecraft / Petrov Yu.A., Kolobov A. Yu., Kononenko A. S., etc. // Science and Education. 2016. No. 5. pp.14–28.
- [3] Pokhabov Yu.P., Shendalev D. O., Kolobov A. Yu., Nagovitsin V.N., Ivanov E.A. On the issue of establishing safety coefficients and strength reserves for a given probability of non-destruction of power structures // Siberian Aerospace Journal. 2021. Vol. 22. No. 1. pp. 113–123.
- [4] Azarova G.N. Optimal reinforcement of cylindrical shells made of composite materials loaded with internal pressure and axial compressive force / In sb. Design, calculation and testing of structures made of composite materials, "RTM", TsAGI, 1978. No.VI. pp. 40–53.
- [5] Obratsov I.F., Vasiliev V.V., Bunakov V.A. Optimal reinforcement of rotation shells made of composite materials. M.: Manufacturing, 1977. p. 143.
- [6] Teters G.A. Problems of optimization of shells made of composite materials // Review of the Proceedings of the Academy of Sciences of the Latvian SSR, 1978. No.3. pp. 86–91.
- [7] Lukashevicius R.S., Rickards R.B., Teters G.A. Minimizing the mass of cylindrical shells made of composite material with elastic filler under combined loading, working for strength and stability // Mechanics of polymers, 1976. No. 2. pp. 289–297.
- [8] Mitkevich A.B., Protasov V.D. Optimization of equal-strength cylindrical pressure shells to axial compression stability // Mechanics of Polymers, 1973. No.6. pp. 1123–1126.
- [9] Rickards R.B., Teters G.A. On the choice of optimal parameters of a cylindrical fiberglass shell under axial compression // Mechanics of Polymers, 1970. No.6. pp. 1132–1134.
- [10] Teters G.A., Rickards R.B. Initial imperfections and forms of buckling of cylindrical shells made of polymer materials under prolonged loading // Mechanics of polymers, 1975. № 1. pp.145–151.
- [11] Rickards R.B., Teters G.A. Stability of shells made of composite materials. Riga: Zinatne, 1974. p. 270.
- [12] Vasiliev V.V., Marcinkovsky V.V. Optimal design of composite materials in a flat stressed state / In the sat. Design, calculation and testing of structures made of composite materials, "RTM", TsAGI, 1978. No.VI. pp. 141–152.
- [13] Nshanyan Yu. S. On the issue of designing the structure of a composite package of optimal thin-walled structural elements // Mechanics of composite materials. 1984. No.3. pp. 402–407.
- [14] Ershov N. P. Investigation of local stability of structurally anisotropic shells / In the book. The strength and reliability of complex systems. Kiev: 'Naukova dumka', 1979. pp. 53–58.
- [15] Ershov N.P. Investigation of the general stability of structurally anisotropic shells // Mechanics of anisotropic structures, VIMI, 1980. pp. 39–46.
- [16] Ershov N.P. Investigation of the stability of smooth and reinforced shells made of fibrous composite materials // Mechanics of anisotropic structures, VIMI, 1980. pp. 47–55.
- [17] Ershov N.P. On one criterion for the rational design of anisotropic structures // Mechanics of composite materials, 1979. No.4. pp. 647–651.
- [18] Ershov N. P. The ultimate state and reliability of structures made of composite materials // Journal of the D. I. Mendeleev All-Union Chemical Society, volume XXIII, 1978. No. 3. pp. 319–322.
- [19] Nagovitsin V.N. The problem of optimization of compressed cylindrical the shell, taking into account its reliability // SAKS-2004: Proceedings of the international scientific and practical conference. Krasnoyarsk, 2005.
- [20] Ershov N.P. Designing anisotropic structures / In the collection of Engineering, economics, information: Ser. Technique. Composite materials, 1981. p. 160.
- [21] Stepnov M.N. Statistical methods of processing the results of mechanical tests. M.: Mechanical engineering, 1985. p. 232.
- [22] Nagovitsin V.N. The problem of optimizing a compressed cylindrical shell taking into account its reliability // Bulletin of SibGAU. Issue No. 6. Krasnoyarsk 2005. pp. 75–77.
- [23] Kolpachkov E.D., Petrova A. P., Kurnosov A.O., Sokolov I.I. Methods of molding aviation products from PCM (review) // Proceedings of VIAM. No. 11(83). 2019. pp. 22–36.

- [24] Gunyaeva A.G., Kurnosov A. O., Gulyaev I. N. High-temperature polymer composite materials developed at FSUE “VIAM” for aerospace engineering: Past, present, future (review) // Proceedings of VIAM. No. 1 (95). 2021.
- [25] Doriomedov M. S. The Russian and world market of polymer composites (review) // Proceedings of VIAM No.6–7 (89). 2020. pp.29–37.
- [26] Veselova A.V., Veselov A. V. Development of high-precision structures made of polymer materials // Interactive Science. No.12. 2017. pp.159–160.
- [27] Plakhotnikova E.V., Safonov A. S., Ushakov M. V. Product design taking into account the requirements for reliability indicators // News of TulSU: Technical Sciences. 2015. Issue 7. Part 1. pp. 134–13.
- [28] Lepikhin A.M., Burov A. E., Moskvichev V. V. The possibilities of calculating the reliability of high-pressure metal composite tanks // Problems of mechanical engineering and machine reliability. 2015. No. 4. pp. 49–55.
- [29] Doronin S.V., Filippova Yu. F. Assessment of survivability of damaged oscillatory rod-type systems // Dynamics of systems, mechanisms and machines. 2019. Volume 7. No. 1. pp. 48–54.
- [30] Kablov E.N., Chursova L. V., Babin A. N., Mukhametov R. R., Panina N. N. Developments of FSUE “VIAM” in the field of melt binders for polymer composite materials // Polymer materials and technologies. 2016. Vol. 2. No.2. pp. 37–42.
- [31] Akkuratov I.L., Alyamovsky A. I., Vinogradov A. S., Gerasimova T. I. Results of research on the properties of carbon fiber plastics based on various polymer binders promising for the manufacture of space technology structures. Space technology and technology. No.1(20). 2018. pp.54–66.
- [32] Valueva M.I., Zelenina I.V., Zharinov M.A., Akhmadieva K. R. The world market of high-temperature polyimide carbon plastics (review) // Proceedings of VIAM No. 12 (84). 2019. pp. 67–79.

Сведения об авторах

Наговицин Василий Николаевич – кандидат технических наук, пенсионер. Окончил Пермский ордена Трудового Красного Знамени государственный университет имени А.М. Горького в 1977 году. Область научных интересов: механика композиционных материалов.

Похабов Юрий Павлович – кандидат технических наук, главный специалист АО «НПО ПМ МКБ». Окончил Завод-ВТУЗ Красноярского Политехнического института в 1982 году. Область научных интересов: качество и надежность космических аппаратов.

Иванов Ефим Анатольевич – аспирант СибГУ имени академика М. Ф. Решетнева, инженер отдела прочности АО «РЕШЕТНЁВ» имени академика М. Ф. Решетнёва». Окончил СибГУ имени академика М. Ф. Решетнева в 2019 году. Область научных интересов: многослойные конструкции.

Похабов Александр Юрьевич – аспирант СибГУ имени академика М. Ф. Решетнева, инженер отдела конструирования космических аппаратов и модуля полезных нагрузок, АО «РЕШЕТНЁВ». Окончил Сибирский федеральный университет в 2010 году. Область научных интересов: силовые конструкции космических аппаратов.