

# ПОДДЕРЖАНИЕ ЗОНЫ ПОКРЫТИЯ СПУТНИКОВОЙ МНОГОЛУЧЕВОЙ ГИБРИДНОЙ ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ ПРИ КОНТРОЛЕ ТЕКУЩЕГО ПРОФИЛЯ РЕФЛЕКТОРА ПО СИГНАЛАМ НАЗЕМНОГО МАЯКА

**А. В. Дардымов**✉, **Ю. И. Чони,**  
**А. Г. Романов, И. Ю. Данилов**

*Казанский национальный исследовательский технический университет  
имени А. Н. Туполева – КАИ  
г. Казань, Российская Федерация*

*Цель работы – исследование возможностей как контроля профиля рефлектора, так и стабилизации лучей спутниковой многолучевой гибридной зеркальной антенны электронными средствами. В статье предлагается способ реконструкции текущего состояния рефлектора по принимаемым сигналам и стабилизации лучей за счет управления весовыми коэффициентами облучателей антенной решетки. Научная новизна и практическая ценность работы состоят в альтернативе оптико-механическим системам коррекции профиля рефлектора, требующим дополнительного оборудования, в то время как в предлагаемом способе состояние рефлектора контролируется по сигналам от наземной базовой станции и лучи стабилизируются электронными средствами. Искаженный рефлектор аппроксимируется параболоидом наилучшего соответствия, при оптимизации параметров которого используется скалярный вариант физической оптики. Верификация результатов осуществлялась их сопоставлением со строгим решением в среде CST. В результате работы выявлены факторы, усложняющие задачу реконструкции поверхности рефлектора, анализируются сходимость и точность решений, получаемых в ходе итерационных процедур градиентного спуска. Оценивается эффективность поддержания рабочей зоны при электронной стабилизации лучей за счет адаптации весовых коэффициентов возбуждения кластеров антенной решетки по рассчитанному параболоиду наилучшего соответствия. Результаты расчетов подтверждают работоспособность обсуждаемого способа стабилизации лучей при умеренных искажениях рефлектора. Его эффективность проявляется в увеличении коэффициента усиления для локальных зон обслуживания вплоть до 10 дБ.*

*Ключевые слова: многолучевая зеркальная антенна, деформация рефлектора, кластер, дофокусировка лучей, параболоид наилучшего соответствия.*

## Введение

Спутники связи, реализующие технологию HTS (High Throughput Satellite), прочно вошли в состав глобальных сетей широкополосного доступа. Их разработка и совершенствование сопряжены с решением ряда сложных технических задач. В частности, для формирования игольчатых лучей в доли углового градуса используются крупногабаритные зеркальные антенны. Требования к точности ориентации лучей столь высоки, что приходится считаться даже с относительно малы-

ми искажениями профиля рефлектора, вызванными, например, изменчивостью солнечного теплового потока при вращении спутника вокруг Земли и вместе с ней. Искажение профиля рефлектора проявляется прежде всего в нарушении требуемой ориентации лучей наряду с некоторым изменением их формы и снижением коэффициента направленного действия (КНД).

Естественно, применяются конструктивные и технологические решения, повышающие жесткость и температурную стабильность рефлектора [1, 2]. Однако в случае зонтичных конструкций этих средств недостаточно и требуются адаптивно управляемые системы компенсации, как правило, включающие оптические каналы фотограмметрии,

✉ anatoly.dardymov@yandex.ru

© Ассоциация «ТП «НИСС», 2024

голографических или лазерных измерений [3–7] для контроля текущего профиля рефлектора, и механические системы коррекции на основе многокоординатных приводов [1, 4, 5, 8–12]. По результатам измерений координат достаточного числа точек рефлектора [5, 13] вычисляется поверхность так называемого параболоида наилучшего соответствия (ПНС), или «Best-fit rotational paraboloid» в английской терминологии. Математическим и алгоритмическим вопросам реконструкции ПНС посвящен ряд работ [14–17]. Смещение оптической оси ПНС с номинального направления является наиболее опасным фактором. Поэтому двухкоординатный привод управляемого поворота рефлектора в узле крепления к несущей штанге [7, 18] выполняет основную роль механической системы юстировки спутниковой антенны на орбите. В дополнение к этому контроль положения концов спиц зонтичного рефлектора и система соответствующих оттяжек позволяют поддерживать не только требуемую ориентацию оптической оси, но в определенной мере и форму поверхности рефлектора [19].

В случае многолучевой гибридной зеркальной антенны (МГЗА) перспективной альтернативой механическим системам выступает электронная стабилизация лучей за счет адаптивного управления векторами весовых коэффициентов (ВВК) кластеров, формирующих лучи [2, 20, 21]. Причем становится возможным отказаться и от оптической системы контроля профиля рефлектора. Во-первых, сигналы, принимаемые элементами антенной решеткой (АР) от наземного источника маяка, образно говоря, несут в себе отпечаток рефлектора, и в принципе, позволяют судить о теку-

щем состоянии рефлектора [22]. Во-вторых, благоприятная особенность состоит в том, что в силу малых искажений профиля рефлектора можно вычислить ПНС по сигнальному отпечатку на ограниченном числе элементов АР, в качестве которых может выступать широко применяемый на практике кластер гексагональной структуры из семи элементов. Таким образом, цель работы – исследование возможностей как контроля профиля рефлектора, так и стабилизации лучей спутниковой многолучевой гибридной зеркальной антенны электронными средствами.

## 1. Рефлектор и его параболоид наилучшего соответствия

### 1.1. Конфигурация МГЗА

Офсетная оптическая схема крупногабаритной спутниковой МГЗА предопределена тем, что АР размещена на корпусе аппарата, а рефлектор, как правило, зонтичного типа – на выдвигном кронштейне. Естественно, оптическая ось МГЗА ориентирована на центр рабочей области, а отклонение периферийных лучей при их ширине  $\approx 0,8^\circ$  в разы превышает это значение (для геостационарного спутника земной шар видится в угловом секторе  $\pm 8^\circ$ ). В интересах поддержания параметров периферийных лучей на уровне центральных используют длиннофокусный рефлектор.

На рисунке 1 представлена МГЗА, геометрия которой повторяет российский проект «Рефлектор 2025» для покрытия территории РФ в L-диапазоне (частоты вблизи 2ГГц). Зеркало представляет собой вырезку из параболоида вращения с фокусным расстоянием  $F = 7,4$  м, высекаемую цилинд-

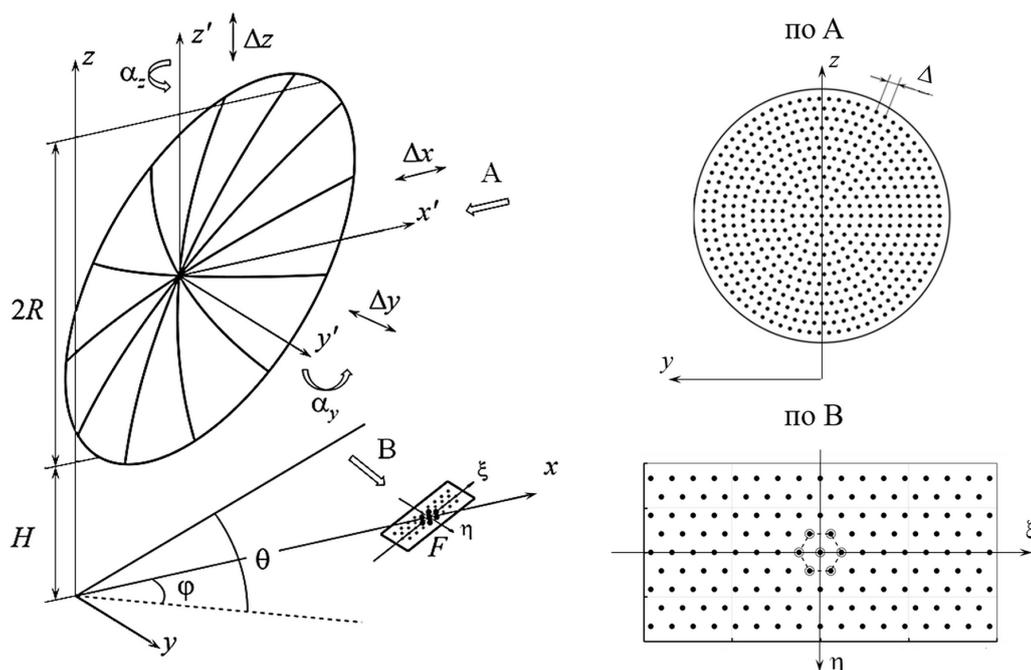


Рисунок 1. Геометрия МГЗА и используемые системы координат

дром радиуса  $R = 6$  м, ось которого параллельна оптической оси  $Ox$  и смещена по оси  $Oz$  на расстояние  $(R + H)$  для обеспечения просвета-клиренса  $H = 3$  м. Отказ от привычной привязки полярной оси  $z$  к оптической оси параболоида обусловлен тем, что у экватора координатные линии сферической системы хорошо сочетаются с прямоугольной конфигурацией рабочей области.

Конструктивно рефлектор состоит из двенадцати спиц-ребер необходимого профиля и натянутого на них сетеполотна из тонкой золоченой нити. Центральная зона рефлектора, обладающая большей жесткостью, служит местом крепления к выдвигной несущей штанге. Поэтому наряду с глобальной системой координат  $(x, y, z)$  полезно ввести параллельную ей систему отсчета  $(x', y', z')$ , привязанную к центру рефлектора, в которой описывать искажения рефлектора в виде малых поворотов на углы  $\alpha_z$  и  $\alpha_y$  вокруг осей  $z'$  и  $y'$  соответственно смещений  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  вдоль одноименных осей и изменения фокусного расстояния на  $\Delta F$ . При таком классе искажений гарантируется существование точного решения задачи реконструкции ПНС, что важно на этапе оценки эффективности и выбора подходящих численных алгоритмов.

Сохраняя габариты АР ( $1 \times 2$  м<sup>2</sup>) и ее гексагональную структуру с междуэлементным расстоянием в  $0,8 \lambda$ , где  $\lambda = 15$  см, для большей универсальности получаемых оценок будем считать, что МГЗА формирует 51 луч, которые покрывают прямоугольную рабочую область  $\pm 3^\circ$  по углу места  $\theta$  и  $\pm 1,5^\circ$  по азимуту  $\varphi$ . Соответственно, АР состоит из восьмидесяти четырех элементов, образующих пятьдесят один кластер гексагональной конфигурации, которые частично перекрываются. На рисунке 1 (вид В) выделен центральный кластер. Центр АР совмещен с фокусом параболоида, а ее плоскость наклонена под углом  $\beta_0 = 62^\circ$  к оси  $Ox$  так, что нормаль ориентирована в центр рефлектора (рисунок 1). Оси  $\xi$  и  $\eta$  образуют локальную систему координат для полотна АР и ее элементов  $\{\xi_n, \eta_n\}$ .

В системе координат  $(x, y, z)$  произвольная точка номинальной поверхности рефлектора представляется радиус-вектором

$$\mathbf{r} = \left\{ (y^2 + z^2) / 4F; y; z \right\}^T. \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем символ  $T$  означает транспонирование. В локальной системе координат  $(x', y', z')$  с учетом (1) точкам номинального рефлектора соответствует вектор  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ . Здесь

$\mathbf{r}_0 = \left\{ (H + R)^2 / 4F; 0; H + R \right\}^T$  есть радиус-вектор центра номинального рефлектора.

В реальных условиях рефлектор испытывает небольшие искажения. Уровень этих искажений таков, что, по оценкам разработчиков, фокус экви-

валентного ПНС смещается от центра АР в пределах сферы радиуса 83 мм. Будучи параболоидом вращения, ПНС однозначно определяется шестимерным вектором  $\boldsymbol{\tau} = \{ \Delta F; \alpha_z; \alpha_y; \Delta x; \Delta y; \Delta z \}$  отклонений его параметров от номинальных значений. Введем обозначения:  $\mathbf{d} = \{ \Delta x; \Delta y; \Delta z \}^T$  для вектора смещения и  $\Psi$  для матрицы поворотов

$$\Psi = \begin{pmatrix} \cos \alpha_y \cos \alpha_z & -\sin \alpha_z \cos \alpha_y & \sin \alpha_y \\ \sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ -\cos \alpha_z \sin \alpha_y & \sin \alpha_y \sin \alpha_z & \cos \alpha_y \end{pmatrix}. \quad (2)$$

С учетом (1) и (2) равенство

$$\mathbf{r}(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{r}_0 + \Psi \mathbf{r}' + \mathbf{d} \quad (3)$$

задает точки ПНС с параметрами  $\boldsymbol{\tau}$ .

### 1.2. Расчетная модель МГЗА

Широко применяемые среды электродинамического моделирования, такие как CST, FEKO, HFSS, реализуют достаточно строгие численные методы, позволяющие учесть краевые и поляризационные эффекты, взаимодействие элементов АР и т.п. При габаритах антенны порядка  $100 \lambda$ , как это имеет место в рассматриваемом случае, расчет каждого луча длится десятки минут, что существенно ограничивает возможности многовариантных вычислений, необходимых, например, для вероятностных оценок эффективности стабилизации лучей. Это побуждает применять менее затратные алгоритмы приближенного моделирования крупногабаритных зеркал. Тем более что особенности рассматриваемой антенны благоприятствуют этому.

Во-первых, при длиннофокусной схеме кривизна рефлектора не велика, и отраженное поле имеет практически ту же поляризацию, что и облучающее поле. Поэтому и поля, и диаграммы направленности описываются скалярными функциями, относящимися к основной поляризации. Во-вторых, благодаря офсетной схеме и значительному просвету  $H$ , полотно АР не затеняет апертуру зеркала. Наконец, рабочая область МГЗА ограничена небольшим телесным углом у оптической оси. Всё это позволяет существенно упростить расчеты.

Следуя [20, 23], сигнал  $n$ -го элемента АР при облучении с направления  $(\theta, \varphi)$  будем вычислять в простейшем варианте физической оптики как сумму сферических волн от достаточно большого числа  $P_{\max}$  точек рефлектора ( $p = 1 \dots P_{\max}$ ):

$$S_n(\boldsymbol{\tau}, \theta, \varphi) = \sum_p I_p(\boldsymbol{\tau}, \theta, \varphi) f_0(\psi_{n,p}) \exp(-jkr_{n,p}) / r_{n,p} \quad (4)$$

где  $I_p(\boldsymbol{\tau}, \theta, \varphi) = \exp(jk\mathbf{r}_p(\boldsymbol{\tau}) \cdot \mathbf{r}^0(\theta, \varphi))$  – это ток, наводимый падающей с направления  $(\theta, \varphi)$  плоской волной в  $p$ -ой точке ПНС,  $\mathbf{r}^0(\theta, \varphi) = \{ \cos \theta \cos \varphi; \cos \theta \sin \varphi; \sin \theta \}^T$  – орт направления

$(\theta, \varphi)$ ,  $r_{p, n}$  – расстояние между  $p$ -точкой ПНС (3) и  $n$ -элементом решетки.

Диаграмма направленности (ДН)  $F(\theta, \varphi)$ , соответствующая кластеру с ВВК  $\{W_n\}$ , находится как взвешенная сумма сигналов (4), т.е.

$$F(\theta, \varphi) = \sum_n W_n S_n(\tau, \theta, \varphi), \quad (5)$$

притом что угловые координаты  $(\theta, \varphi)$  варьируются в ограниченных пределах.

В [23] подтверждена приемлемая точность расчета ДН по (5) и (4) в сравнении с ДН, рассчитанными в среде Tigr Grasp. Определенную роль в обеспечении этой точности играет число  $P_{\max}$  точек и то, как они расположены на поверхности рефлектора. Естественно, использовать равномерно плотное распределение координат точек  $(y_p', z_p')$  в пределах круга радиуса  $R$  (рисунок 1, вид А). При выбранном дискрете  $\Delta$  это реализуется в виде серии окружностей радиусов  $\rho_m$  с шагом, близким к  $\Delta$ , на которых точки расположены с угловым дискретом  $d\psi_m = \text{trunc}(2\pi\rho_m/\Delta)$ , где функция  $\text{trunc}$  означает целую часть числа. Как показано в [16, 20], при рассматриваемых габаритах рефлектора достаточно  $P_{\max} = 150$  точек.

## 2. Алгоритм реконструкции параболоида наилучшего соответствия

В отличие от работ [5, 13, 16, 24], где ПНС аппроксимирует выборку контролируемых (так называемых реперных) точек рефлектора, в рассматриваемой постановке задачи под ПНС понимается параболоид с такими параметрами  $\tau$ , при которых плоская волна от маяка с известного направления  $(\theta_0, \varphi_0)$  порождает на задействованном (на этапе реконструкции) кластере сигналы  $S(\tau) = \{S_n(\tau)\}$  ( $n = 1..7$ ), максимально близкие к принятым в текущей ситуации сигналам  $S^{(0)} = \{S_n^{(0)}\}$ , т.е. сигнальному отпечатку от реального рефлектора. При этом ПНС выступает в роли не геометрического, а электродинамического эквивалента текущего профиля рефлектора.

Как меру отличия таких разнородных сигналов (вычисленных и измеренных) удобно исполь-

зовать упомянутое выше значение «среднеквадратичного отклонения по форме» [25], которое дается выражением

$$\varepsilon^2(\tau) = 1 - \left| \left( S(\tau), S^{(0)} \right) \right|^2 / \|S(\tau)\|^2 \|S^{(0)}\|^2. \quad (6)$$

Здесь крупные скобки в числителе означают скалярное произведение комплекснозначных векторов. Реконструкция ПНС сводится к минимизации целевого функционала (6) по искомым параметрам  $\tau$ . Решение этой задачи может быть найдено лишь численными методами, в частности градиентного спуска [26]. Тем более что могут быть получены хотя и громоздкие, но аналитические выражения градиента функционала (6). Как показывают статистические расчеты, для градиентного спуска в рассматриваемой задаче

$$\tau^{(i+1)} = \tau^{(i)} - h \cdot \text{grad} \varepsilon^2(\tau^{(i)}) \quad (7)$$

оптимальное значение скорости спуска достигается при значении шага  $h = 10^{-3}$ .

При всей кажущейся простоте задачи – по семи отсчетам найти шесть параметров – критическая особенность ее состоит в том, что при относительно малых значениях такие параметры, как  $\Delta F$  и  $\Delta x$ ,  $\alpha_z$  и  $\Delta y$ ,  $\alpha_y$  и  $\Delta z$ , вызывают весьма схожие изменения сигнального отпечатка. Например, по сигнальному отпечатку рефлектора, фокус которого смещен на 83 мм за счет одновременно поворота рефлектора вокруг осей  $z$  и  $y$  на  $15'$ , в результате градиентного спуска по (7) может реконструироваться ПНС № 1 с параметрами  $\tau_1 = \{-0,46 \text{ мм}; 10,74'; 13,7'; -1,72 \text{ мм}; 3,57 \text{ мм}; -13,84 \text{ мм}\}$  при  $\varepsilon_1 = -36,1 \text{ дБ}$ , а может ПНС № 2 с параметрами  $\tau_2 = \{-34,56 \text{ мм}; 1,06'; 1,69'; -37,08 \text{ мм}; 45,67 \text{ мм}; -36,72 \text{ мм}\}$  при  $\varepsilon_2 = -26,7 \text{ дБ}$ . В первом случае ПНС реконструировался преимущественно за счет поворотов (что корректно), во втором – за счет смещений вершины. В обеих ситуациях фокальные пятна, порождаемые каждым из этих ПНС, близки к пятнам от реального рефлектора, и в этом смысле оба ПНС эквивалентны реальному рефлектору. На рисунке 2 представлены амплитудные рельефы пяти фокальных пятен: при облучении из центра рабочей области (по которому осуществлялась ре-

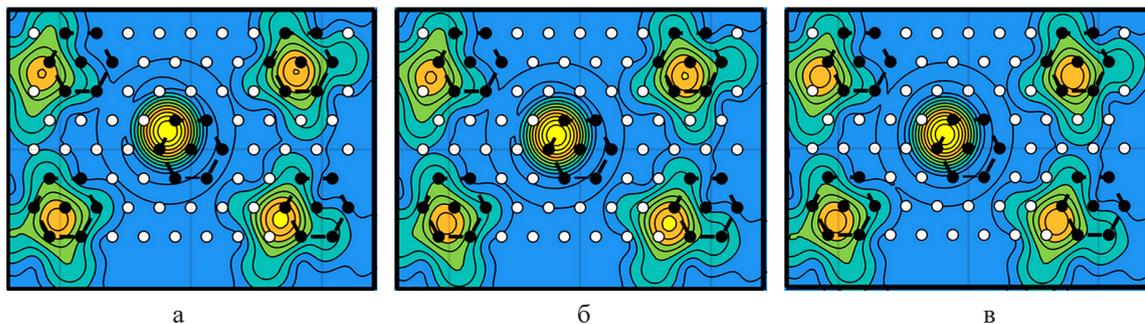


Рисунок 2. Амплитудные топограммы фокальных пятен: а – для искаженного рефлектора; б – для реконструированного ПНС № 1; в – для реконструированного ПНС № 2

конструкция ПНС) и при четырех периферийных направлениях облучения.

Несмотря на различие параметров моделируемого реального параболоида и реконструированных, структура фокальных пятен остается очень близкой. С физической точки зрения это объясняется возможностью электродинамической эквивалентности рефлекторов, не совпадающих геометрий наподобие того, как эквивалентны параболоиды с совпадающей точкой фокуса при отличающихся фокусных расстояниях. Формально же это проявляется в том, что рельеф целевой функции  $\varepsilon^2(\tau)$  содержит плоские участки (плато), и процесс минимизации может завершаться в разных точках на этих плато.

### 3. Дофокусировка МГЗА по ПНС

В соответствии с известным принципом формирования максимума ДН для формирования луча в  $m$ -ом направлении  $\{\theta_m, \varphi_m\}$  весовые коэффициенты кластера  $W_m$  должны быть пропорциональны комплексно-сопряженным значениям сигналов  $S_m$  от плоских волн, приходящих с направлений  $\{\theta_m, \varphi_m\}$ . Для краткости сигналы  $S_m$  будем именовать фокальными пятнами. ВВК рассчитываются по номинальному профилю рефлектора  $\tau_0$ , записываются в процессоре и воспроизводятся при обработке сигналов кластеров. При искаженном профиле рефлектора необходимо корректировать ВВК в соответствии с изменяющимися сигналами  $S_m^*$ , которые вычисляются по (4) после того, как найдены текущие значения параметров  $\tau$  ПНС.

В функциональном отношении наиболее «вредным» искажением является отклонение оптической оси рефлектора от требуемого направления, поэтому за основу для оценки эффективности выбрано искажение  $\tau_{\max} = \{0; 16'; 22'; 0; 0; 0\}$ .

Вектор  $\tau = \gamma \tau_{\max}$  масштабировался случайным параметром  $\gamma$  в диапазоне от 0 до 1. Для оценки эффективности использовался минимаксный критерий, полученные зависимости представлены на рисунке 3. Здесь кривая 1 – минимальный средний уровень коэффициента усиления среди всех лучей системы (для каждого луча рассчитывается коэффициент усиления (КУ) в 130 точках, равномерно распределенных по круговой области диаметром  $0,7^\circ$  в плоскости углов  $\theta$  и  $\varphi$ , с центром, совпадающим с номинальным положением луча; из полученных наборов берется среднее, затем минимум от средних значений при отсутствии адаптации ВВК, кривая 2 – аналогичный параметр при адаптации ВВК по ПНС, кривая 3 – при адаптации ВВК по рефлектору.

На рисунке 3 кривые 2 и 3 совпадают в пределах графической точности, что говорит об одинаковой эффективности адаптации ВВК как при расчете по ПНС, так и по рефлектору, если бы его профиль был известен. Соответствующие значения отличаются в 3-м знаке, естественно, в пользу адаптации ВВК по рефлектору.

На рисунке 4 и рисунке 5 (а – в) для примера приведены топограммы лучей. Слева – топограмма лучей без коррекции ВВК, в середине – с коррекцией ВВК по реконструированному ПНС, справа – с оптимальной коррекцией ВВК по профилю рефлектора, как если бы он был известен. Белыми точками обозначены номинальные положения лучей. Моделировались два характерных варианта искажений. В первом случае (рисунок 4) моделировалось искажение профиля, соответствующее повороту (относительно локальных осей координат, привязанных к вершине параболоида) рефлектора на  $\alpha_{zy} = 15'$  от номинального положения.

На рисунке 5 представлены аналогичные результаты для случая, когда искажения рефлек-

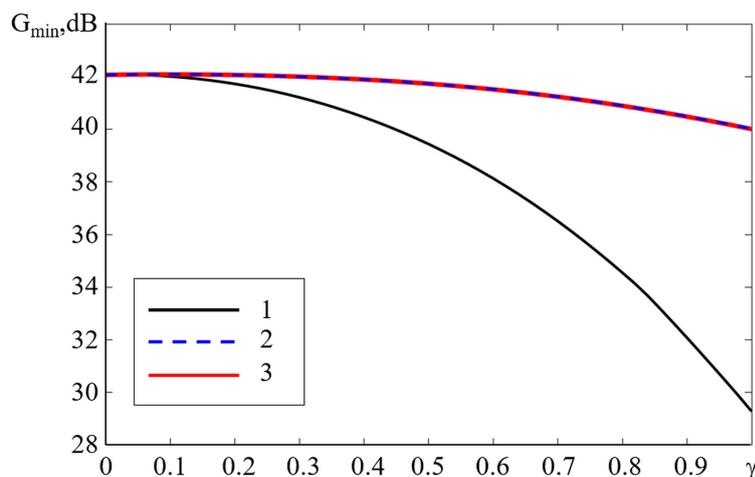


Рисунок 3. Минимальный средний коэффициент усиления во всех зонах обслуживания:

1 – без коррекции ВВК; 2 – с коррекцией ВВК по ПНС;

3 – с коррекцией ВВК по фактическому профилю рефлектора

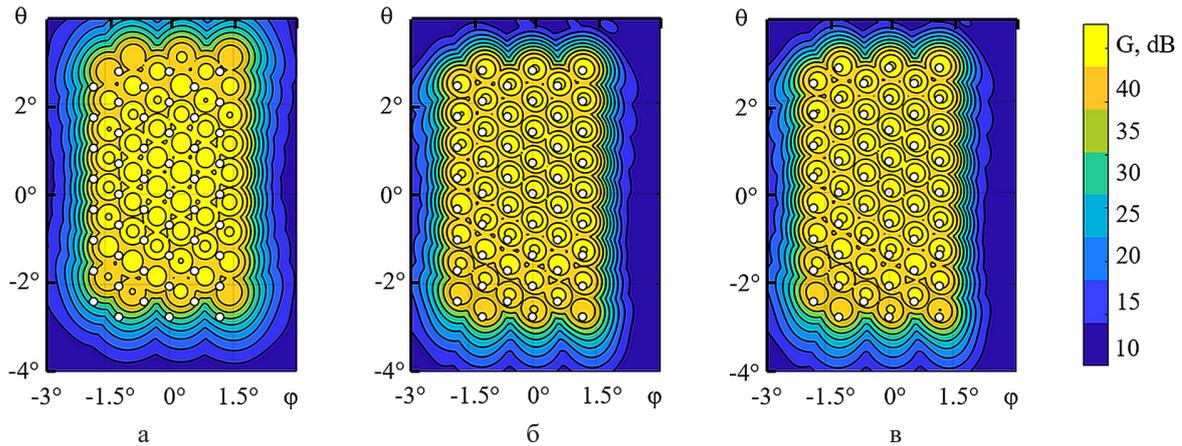


Рисунок 4. Топограммы лучей МГЗА: а – без коррекции ВВК; б – с коррекцией по ПНС; в – с коррекцией по рефлектору; г – цветовая шкала к рисункам а-в

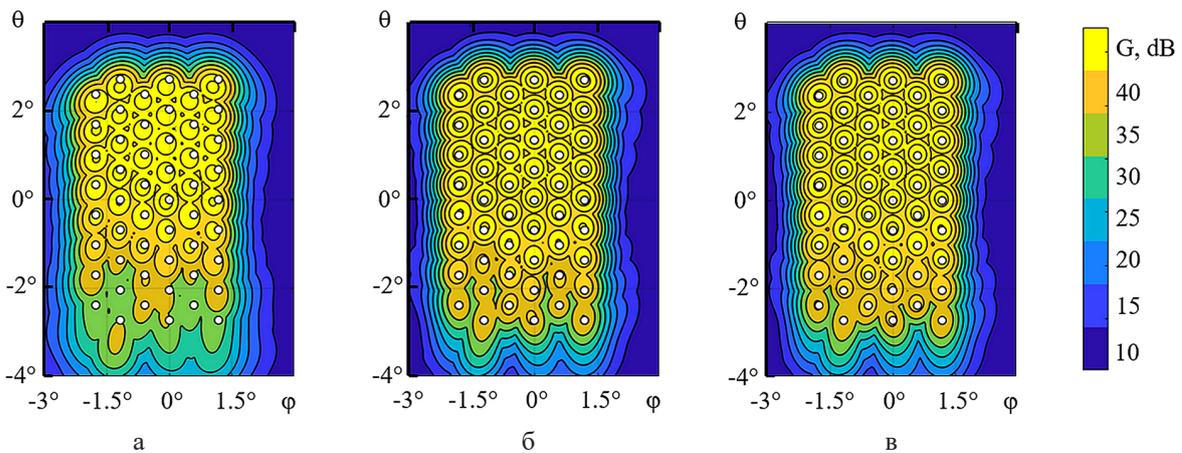


Рисунок 5. Топограммы лучей МГЗА: а – без коррекции ВВК; б – с коррекцией по ПНС; в – с коррекцией по рефлектору; г – цветовая шкала к рисункам а-в

тора не сводятся к параллельным смещениям и угловым отклонениям, а затрагивают его форму в виде «kozyрькового» отклонения профиля рефлектора по оси  $0x$ , что соответствует формуле  $x(y, z) = (y^2 + z^2) / 4F + d \sin^2(\pi(z - H - R) / 4R)$  с максимальным отклонением  $d = 70$  мм у верхнего края зеркала. Направление на маяк совпало с оптической осью МГЗА ( $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $\varphi_0 = 0^\circ$ ). Расчеты сигнального отпечатка  $S^{(0)}$  и ДН лучей МГЗА выполнялись в среде CST Studio Suite методом интегральных уравнений. Причем АР состояла из турникетных облучателей, соответствующим питанием которых обеспечивалась круговая поляризация.

Как видно из левых топограмм на рисунках 4 и 5, в ситуации без дофокусировки лучи смещены и коэффициент усиления в центрах их локальных зон заметно снизился. Средние и правые топограммы подтверждают существенный эффект в восстановлении как ориентации лучей, так и их коэффициентов усиления. Кроме того, эффект от дофокусировки по ПНС близок к предельно возможному эффекту при оптимальной дофокусировке по реальному рефлектору.

#### 4. О принципе формирования луча в заданном направлении

Формирование максимума ДН возбуждением элементов АР пропорционально комплексно-сопряженным значениям  $f_n^*(\theta_m, \varphi_m)$  их ДН в желаемом направлении  $\{\theta_m, \varphi_m\}$  настолько органично по физике (синфазное сложение полей в этом направлении и малые траты мощности на элементы, слабо туда излучающие), что как само собой разумеющееся этот принцип не может не быть известным. Однако оказались безуспешными попытки найти в учебниках по антеннам (А. А. Пистолькорса, А. З. Фрадина, О. Г. Вендика, Д. М. Сазонова, Д. И. Воскресенского), включая фундаментальный труд Баланиса К. А. «Теория антенн: анализ и проектирование», хотя бы на уровне формулы упоминание такого подхода. Поскольку этот принцип положен в основу предлагаемой электронной адаптации лучей спутниковой ГЗА к эксплуатационным искажениям рефлектора, то считаем оправданным изложить этот принцип углубленно.

В случае АР из большого числа элементов, индивидуальные ДН которых слабо направлены,

формирование луча в желаемом направлении  $(\theta_0, \varphi_0)$  достигается за счет фазирования, обеспечивающего синфазное сложение полей в этом направлении. Соответствующий прием составляет суть электронного сканирования и детально исследован применительно к линейным, плоским и выпуклым АР. Ситуация с МГЗА иная: крупногабаритный рефлектор, облучаемый элементами АР, создает набор узких индивидуальных лучей, ориентация которых зависит от положения соответствующего элемента на антенном полотне. Формирование луча, покрывающего локальный участок рабочей зоны кластером элементов вместо одиночного, позволяет повысить КУ в пределах этого участка и снизить уровень бокового излучения в пользу развязки между каналами. Естественно, возникает вопрос об оптимальном возбуждении кластеров.

Не усложняя анализ, будем считать, что поляризация полей всех элементов АР одинакова, и ДН, соответствующая вектору  $\mathbf{W}$  весовых коэффициентов  $\{W_n\}$  некоторого кластера (здесь  $n$  – индекс элементов кластера), описывается простейшим и в то же время универсальным равенством

$$F(\theta, \varphi) = \sum_n W_n f_n(\theta, \varphi). \quad (8)$$

Здесь  $f_n(\theta, \varphi)$  – это *ненормированная* индивидуальная ДН  $n$ -го элемента в единой глобальной системе координат, которая для элемента, расположенного в точке  $(x_n, y_n, z_n)$ , определяется следующим образом

$$f_n(\theta, \varphi) = e_n(\theta, \varphi) \exp(jk(x_n \sin\theta \cos\varphi + y_n \sin\theta \sin\varphi + z_n \cos\theta)), \quad (9)$$

где  $e_n(\theta, \varphi)$  – комплекснозначная функция, описывающая поле  $n$ -го элемента в дальней зоне при единичной амплитуде его возбуждения и начале координат, совмещенном с точкой  $(x_n, y_n, z_n)$  расположения  $n$ -го элемента. Отсутствие нормировки индивидуальных ДН, приводящей к учету энергетических потерь, свойственных конкретному элементу, или выигрыша за счет коэффициента усиления (направленность плюс КПД) – играет важную смысловую роль в критерии оптимальности луча, сформированного АР.

По здравому смыслу эвристический прием формирования луча в заданном направлении  $(\theta_0, \varphi_0)$  сводится к несложной догадке: зададим-ка ВКК равным комплексно-сопряженным значениям индивидуальных ДН в направлении максимума  $\{W_n = f_n^*(\theta_0, \varphi_0)\}$ . Во-первых, в этом направлении поля от всех элементов АР будут складываться в фазе:  $F(\theta_0, \varphi_0) = \sum_n f_n^*(\theta_0, \varphi_0) f_n(\theta_0, \varphi_0) = \sum_n |f_n(\theta_0, \varphi_0)|^2$ . Во-вторых, если какой-то элемент не излучает в этом направлении или излучает слабо, то и не следует на него расходовать подводимую мощность. Рациональность такого подхода не вызывает сомнения, но остается открытым вопрос, является

ли это решение в каком-либо смысле оптимальным.

*Аналогия с оптимальной фильтрацией.* ДН линейного излучателя  $F(\theta)$  есть Фурье преобразование от амплитудно-фазового распределения (АФР)  $W(x)$  точно так же, как временная зависимость  $s(t)$  сигнала связана с его спектром  $S(\omega)$ . Известно, что максимально возможное отношение сигнал/шум на выходе фильтра обеспечивается при оптимальной частотной характеристике  $K_{\text{opt}}(\omega)$ , которая повторяет комплексно-сопряженный спектр сигнала  $K_{\text{opt}}(\omega) = S^*(\omega)$ . При этом мощность шума на выходе  $P_{\text{ш}} = n_{\text{ш}} \|K_{\text{opt}}(\omega)\|^2$  есть произведение его спектральной плотности  $n_{\text{ш}}$  и квадрата нормы частотной характеристики фильтра. Эти результаты трансформируются в ситуацию с линейной антенной заменой  $s(t)$  на  $F(\theta)$  и  $K(\omega)$  на  $W(x)$ . Теперь выходом пространственного фильтра служит «точка»  $\theta_0$  дальней зоны, а коэффициентами передачи  $K(\omega)$  спектральных составляющих на выход фильтра теперь являются коэффициенты передачи от элементов  $x$  к «выходу антенны»  $\theta_0$ , т.е. значения  $f(x, \theta_0)$  индивидуальных ДН. Ясно, что в антенном случае задача инверсная: задан «фильтр»  $f(x, \theta_0)$  и следует найти тот «сигнал»  $W(x)$ , который обеспечит результат, оптимальный в вышеуказанном смысле. Сути дела это не меняет и в антенной нотации приводит к равенству  $W(x) = f^*(x, \theta_0)$ .

Очевидно, что АР произвольной конфигурации аналогична ситуации с сигналом линейчатого спектра  $S(\omega_n)$ , и это соотношение трансформируется в обобщенное АФР

$$\{W_n = f_n^*(\theta_0, \varphi_0)\}. \quad (10)$$

При этом ясно, что исходный критерий оптимальности этого решения (максимум отношения сигнал/шум) теперь означает максимум интенсивности поля в направлении  $\theta_0$  при ограниченной норме АФР  $\|\mathbf{W}\|^2$ . Если бы квадрат нормы АФР был пропорционален подводимой мощности, то решение (10) соответствовало бы максимальному коэффициенту направленного действия в направлении  $(\theta_0, \varphi_0)$ . Но электродинамическое взаимодействие элементов АР изменяет их входные сопротивления, и потому сформулированное выше толкование критерия оптимальности решения (10) не строгое, вполне приемлемое, если шаг решетки не слишком мал. Представляют интерес количественные оценки отклонения решения (10) от строгого решения на максимум КНД.

*Оптимальное решение.* Поиск АФР, соответствующего максимуму КНД в требуемом направлении, составляет суть синтеза антенны по ДН в виде  $\delta$ -функции. Давно [25, 27] показано, что если равенство (8) воспринимать как оператор, отображающий пространство АФР  $\{\mathbf{W}\}$  в пространство реализуемых ДН  $\{F(\theta, \varphi)\}$ , то сопря-

женный ему оператор осуществляет обратное преобразование по правилу

$$W(x) = \oint_{4\pi} F_0(\theta, \varphi) f^*(x, \theta, \varphi) d\Omega, \quad (11)$$

где  $F_0(\theta, \varphi)$  – синтезируемая ДН. Для заданной ДН  $F_0(\theta, \varphi)$  в виде двумерной  $\delta$ -функции  $\delta(\theta - \theta_0, \varphi - \varphi_0)$  и антенны в виде решетки выражение (11) с очевидностью превращается в  $\{W_n = f_n^*(\theta_0, \varphi_0)\}$ , т.е. совпадает с (10). Решение (11), не являясь предельно точным, обладает рядом привлекательных качеств [27]. В частности, среди всех решений с одинаковой точностью  $\sigma^2 = \|F(\theta, \varphi) - F_0(\theta, \varphi)\|^2$  минимальна его реактивность  $Q = \|W(x)\|^2 / \|F(\theta, \varphi)\|^2$ , характеризующая чувствительность ДН  $F(\theta, \varphi)$  к случайным погрешностям реализации АФР  $W(x)$  и к изменению частоты (узкополосность антенны). И это в дополнение к отмеченной выше энергетической эффективности, если  $\|W(x)\|^2$  может восприниматься как подводимая к антенне мощность.

Ясно, что в отсутствии потерь (при КПД антенны 100 %) подводимая мощность совпадает с мощностью излучения, которая характеризуется квадратом нормы ДН  $\|F(\theta, \varphi)\|^2$ , а не квадратом нормы АФР  $\|W(x)\|^2$ . В случае антенной решетки, как отмечалось выше, с ростом шага  $\delta x$  ослабевает электродинамическое взаимодействие ее элементов и значение  $\|W(x)\|^2$  все точнее характеризует подводимую мощность. На примере линейной антенной решетки оценим отличие КНД, свойственного решению (10), от максимально возможного КНД.

Будем считать, что линейная АР состоит из  $N$  элементов длиной  $\delta x$ , вплотную примыкающих друг к другу, имитирующих гипотетические конструкции с равномерным и синфазным амплитудно-фазовым распределением. Тем самым индивидуальная ДН  $n$ -го элемента соответствует выражению

$$f_n(\theta) = \text{sinc}(0.5\beta\delta x \cos\theta) \exp(j\beta x_n \cos\theta), \quad (12)$$

где  $\beta = 2\pi/\lambda$  – волновое число, угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $0x$  решетки, а  $\text{sinc}(x)$  обозначает функцию  $\sin(x)/x$ . Задача наилучшего среднеквадратичного приближения линейной комбинации  $\sum_n W_n f_n(\theta)$  известных функций  $f_n(\theta)$  к требуемой ДН  $F_0 = \delta(\theta - \theta_0)$  сводится к системе линейных уравнений, решение которой и есть АФР, обеспечивающее максимальный КНД в направлении  $\theta_0$ . На рисунке 6 представлены расчетные результаты.

Как обычно, КНД есть отношение  $G = |F(\theta_0)|^2 / \|F(\theta)\|^2$ , а мерилем реактивности АФР выступает отношение  $Q = \|W\|^2 / \|F(\theta)\|^2$  – чем меньше излучаемая мощность при единичной норме АФР, тем хуже, реактивнее АФР. Ясно, что в решетке с плотным расположением элементов (малым волновым размером  $\delta x/\lambda$ ) наряду с хорошо излучающими АФР существуют реактивные, плохо излучающие АФР (с противофазно возбужденными соседними элементами). В точном решении присутствуют и реактивные составляющие в той мере, насколько они могут повысить КНД. В решении (10), благодаря свойствам сопряженного оператора (11), реактивные составляющие присутствуют с весами, обратными их реактивности [25], что и обеспечивает энергетическую оптимальность решения.

Как видно из графиков, выигрыш в КНД при замене решения (10) на точное решение невелик. По графикам его трудно определить, а расчеты показывают, что в приведенных ситуациях максимальное различие кривых  $G(\delta x/\lambda)$  составляет: а) 0.18, б) 0.231, в) 0.225. По мере увеличения шага решетки оно сокращается и при  $\delta x \geq 0.5 \lambda$  приближенное решение практически не уступает точному. В то же время для АР с малым шагом указанный скромный выигрыш по КНД оплачивается почти двукратным ростом реактивности. Наконец заметим, что на первый взгляд неожиданное (ведь раз-

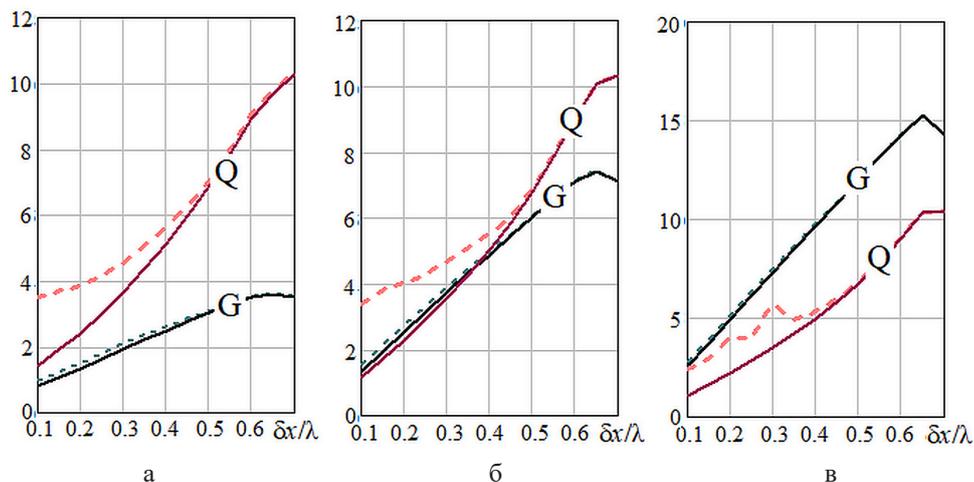


Рисунок 6. Зависимости КНД ( $G$ ) и реактивности ( $Q$ ) сопоставляемых решений (приближенное – сплошная линия, точное – пунктир) от шага  $\delta x$  антенной решетки и числа  $N$  ее элементов: а –  $N=6$ ; б –  $N=12$ ; в –  $N=24$

мер АР увеличивается) замедление роста и спад КНД при  $\delta x \geq 0.65 \lambda$  связаны с тем, что при отклоненном от нормали луче (было задано  $\theta_0 = 60^\circ$ ) в область видимых углов входит интерференционный максимум, что и снижает КНД.

Итак, расчеты подтверждают, что не требующий вычислительных затрат принцип комплексного сопряжения значений индивидуальных ДН в заданном направлении обеспечивает близкое к предельно возможному значению КНД.

## Заключение

Отметим два момента, отражающих особенность проблемы электронной стабилизации лучей МГЗА при искажениях профиля рефлектора в условиях эксплуатационных нагрузок, стабилизации с реконструкцией ПНС по сигнальному отпечатку от наземного маяка.

Во-первых, естественно, максимально точное соответствие ПНС текущему профилю рефлектора желательнее, однако решающим фактором является электродинамическая эквивалентность ПНС и рефлектора, что предоставляет некую степень свободы в вычислительном плане.

Во-вторых, указанные выше пары параметров ПНС (малые угловые повороты и параллельные смещения) коррелированы между собой в том смысле, что вызывают схожие изменения в сигнальных отпечатках. Поэтому число варьируемых параметров ПНС может быть сокращено в интересах ускорения вычислений и сокращения нагрузки на процессор канала стабилизации.

Статистические оценки эффективности электронной стабилизации лучей МГЗА в зависимости от уровня деформаций и алгоритмов реконструкции ПНС, включая сокращение числа параметров, могут стать предметом дальнейших исследований.

## Список литературы

- [1] Шендалёв Д. О. Проектирование формообразующей структуры зонтичного рефлектора // Вестник СибГАУ, 2013. № 6 (52). С. 164–173.
- [2] Черретт А. Р., Акоста Р. Дж., Лам П. Т., Ли Шунг-Ву. Компенсация искажений профиля зеркальной антенны с помощью антенной решетки-облучателя // IEEE Transaction of antennas and propagation, 1989. Т. 37. № 8. С. 966–978, DOI: 10.1109/8.34132
- [3] Субрахманян Р. Фотограмметрические измерения гравитационных деформаций антенны Кассегрена // IEEE Trans. Antenn. Propag, 2005. Т. 53. № 8. С. 2590–2596.
- [4] Калабегашвили Г. И., Бикеев Е. В., Матыленко М. Г. Выбор устройства для орбитальной юстировки рефлектора крупногабаритной трансформируемой антенны // Решетневские чтения, 2018, Т. 1. С. 121–122.
- [5] Шейд Р. Е. Высокоточное позиционирование DSN-антенн с помощью оптических датчиков // TDA Progress Report, TDA PR 42–97, 1989. С. 127–140.
- [6] Боржа Г., Хосе А., Кэри Р., Антонио Дж. Новый, основанный на физической оптике, подход к корректировке профиля вспомогательного зеркала для адаптации к искажениям основного зеркала // IEEE Trans. Anten. Propag, 2013. Т. 61. С. 467–472.
- [7] Имбриале В. А. Способы компенсации искажений крупногабаритных зеркальных антенн // IEEE Aerospace Conference Proceedings, 2001. Т. 2. С. 799–805, DOI: 10.1109/AERO.2001.931261
- [8] Бикеев Е. В., Якимов Е. Н., Матыленко М. Г., Титов Г. П. Способ компенсации деформаций конструкции крупногабаритной антенны космического аппарата // Вестник СибГАУ, 2016. Т. 17. № 3. С. 673–683.
- [9] Гряник М. В., Ломан В. И. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа. М.: Радио и связь, 1987.
- [10] Ванг Ч. и др. Активная компенсация искажений поверхности крупногабаритных антенн радиотелескопа // IJ Ant. and Propag, 2018. С. 1–17.
- [11] Ванг П., Ванг Ф., Ши Т., Ванг Б. Компенсация термических искажений высокоточных зонтичных антенн // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 916, 2017. С. 1–8. DOI:10.1088/1742-6596/916/1/012051
- [12] Тайгин В. Б., Лопатин А. В. Метод обеспечения высокой точности формы рефлекторов зеркальных антенн космических аппаратов // Космические аппараты и технологии, 2019. Т. 3. № 4. С. 200–208. DOI 10.26732/2618-7957-2019-4-200-208
- [13] Калабегашвили Г. И., Бикеев Е. В., Матыленко М. Г. Поиск минимального количества точек отражающей поверхности рефлектора, необходимого для оценки отклонения диаграммы направленности крупногабаритных трансформируемых антенн // Сибирский журнал науки и технологий, 2018. Т. 19. № 1. С. 66–75.
- [14] Ванг Ц. С., Дуан Б., Кью Йи. Об анализе искаженной поверхности и мультидисциплинарной структурной оптимизации больших зеркальных антенн // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2007. № 33(6). С. 519–528. DOI 10.1007/s00158-006-0062-6
- [15] Дай М., Ньюман Т. С., Као К. Вписывание параболоидов методом наименьших квадратов // Pattern recognition, 2007. Т. 40. № 2. С. 504–515
- [16] Голдобин Н. Н. Методика оценки формы радиоотражающей поверхности крупногабаритного трансформируемого рефлектора космического аппарата // Вестник СибГАУ, 2013. № 1(47). С. 106–111

- [17] Ли Ж., Жуо Х., Ванг Дж., Леи Йа. Метод аппроксимации параболического рефлектора // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 397, 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/397/1/012047
- [18] Барзилай Дж., Борвейн Дж. Градиентные методы с двухточечным шагом // IMA Journal of numerical analysis, 1988. Т. 8. № 1. С. 141–148.
- [19] Голдобин Н. Н. Оценка точности наведения рефлектора на основании информации об отклонениях концов его силовых спиц // Крупногабаритные трансформируемые конструкции космических аппаратов // Решетневские чтения, 2016. С. 102–104.
- [20] Данилов И. Ю., Мочалов В. В., Романов А. Г., Чони Ю. И. Дофокусировка многолучевой гибридно-зеркальной антенны в условиях эксплуатационных нагрузок // Научные технологии, 2017. Т. 18. № 12. С. 85–90.
- [21] Акоста Р. Дж., Заман А. Дж., Терри Дж. Д. Системный обзор на электронную компенсацию искажений зеркальных антенн // IEEE AP-S International Symposium, Ann Arbor, Michigan, 1993. DOI: 10.1109/APS.1993.385355
- [22] Шипилов С. Э., Якубов В. П., Пономарев С. В. Радиоволновое картографирование деформаций профиля параболического рефлектора // Известия высших учебных заведений, 2012. Т. 55, № 9/2. С. 274–275.
- [23] Мочалов В. В. Аттестация алгоритма акустического приближения // Успехи современной радиоэлектроники, 2019. № 12. С. 124–128.
- [24] Ксианпинг Т. и др. Аппроксимация и оценка погрешностей для параболоида вращения в произвольном положении с помощью геометрического итеративного алгоритма оптимизации // Meas. Sci. Technol, 2019. Т. 30. DOI 10.1088/1361-6501/ab2186
- [25] Чони Ю. И. Метод сопряженного оператора и его аспекты в отношении синтеза антенн // IX Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques (ICATT), 2013. С. 86–91. DOI: org/10.1109/ICATT.2013.6650690.J.
- [26] Нестеров Ю. Вводные лекции по выпуклой оптимизации: базовый курс // Springer, 2004. ISBN 1–4020–7553–7
- [27] Чони Ю. И., Морозов Г. А. Оптимизация решений задач синтеза антенн с учетом случайных погрешностей реализации // Труды КАИ, Казань, 1974. Вып. 164. С. 108–111.

## MAINTAINING THE COVERAGE OF A SATELLITE MULTIBEAM HYBRID REFLECTOR ANTENNA BY MONITORING THE CURRENT REFLECTOR STATE USING SIGNALS OF ON-GROUND BEACON

**A. V. Dardymov, Yu. I. Choni,**

**A. G. Romanov, I. Yu. Danilov**

*Kazan National Research Technical University  
named after A. N. Tupolev – KAI,  
Kazan, The Russian Federation*

*The purpose of this work is to study the possibilities of electronic stabilization of beams of the space-based multibeam hybrid antenna. Multibeam hybrid reflector antenna covers the working area with many needle-like beams. Yet because solar heat flux falls onto reflector at different angles while satellite moves, the profile of the reflector undergoes cyclic distortions affecting both the position and gain of the beams. The practical significance of the work is due to avoiding photogrammetric control and a mechanical system for compensation of reflector deformations. This is made possible by the idea of retrieving the current reflector profile from the signals (carrying its imprint) that the antenna array receives from the ground-based radio beacon. In the paper, we propose an algorithm within the so-called best-fit paraboloid ideology, identify factors that can slow down its convergence, and evaluate the efficiency of electronic adaptation that can be achieved with it. Simulation results show that the above-mentioned electronic refocusing increases the beams' gain by up to 10 dB.*

*Keywords: multibeam reflector antenna, reflector distortion, cluster, beam stabilization, best-fit paraboloid.*

## References

- [1] Shendalev D. O. Designing the shaping structure of an umbrella reflector, *Bulletin of SibGAU*, 2013, vol. 52, no. 6, pp. 164–173.
- [2] Cherrette A. R., Acosta R. J., Lam P. T., Lee Shung-Wu. Compensation of Reflector Antenna Surface Distortion Using an Array Feed, *IEEE Transaction of antennas and propagation*, Vol. 37, no. 8, (August 1989), pp. 966–978, DOI: 10.1109/8.34132
- [3] Subrahmanyam R. Photogrammetric measurement of the gravity deformation in a Cassegrain antenna, *IEEE Trans. Antenn. Propag.* Vol. 53. No 8, 2005, pp. 2590–2596.
- [4] Kalabegashvili G. I., Bikeev E. V., Matylenko M. G. Selection of the device for orbital alignment of a large transformable antenna reflector, *Reshetnev readings*, 2018, pp. 121–122.
- [5] Scheid R. E. Precision Pointing Compensation for DSN Antennas With. Optical Distance Measuring Sensors, TDA Progress Report, TDA PR 42–97, 1989, pp. 127–140.
- [6] Borja G., Jose A., Carey R., Antonio G. New physical optics based approach to subreflector shaping for reflector antenna distortion compensation, *IEEE Trans. Anten. Propag*, 2013, vol. 61, pp. 467–472
- [7] Imbriale W. A. Distortion compensation techniques for large reflector antennas, *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, Vol. 2, (February 2001), pp. 799–805, DOI: 10.1109/AERO.2001.931261
- [8] Bikeev E. V., Yakimov E. N., Matylenko M. G., Titov G. P. The method of compensation deformation for large spacecraft antenna, *Bulletin of the Siberian State Aerospace University*, Vol. 17, No. 3, Russia, Krasnoyarsk, 2016, pp. 673–683.
- [9] Gryanik M. V., Loman V. I. *Umbrella-type deployable reflector antennas*. Moscow: Radio and communication. 1987. P. 72. (in Russian)
- [10] Wang C., Li H., Ying K., Xu Q., Wang N., Duan B., Gao W., Xiao L. and Duan Yu. Active surface compensation for large radio telescope antennas, *HIJ Ant. and Propag.* vol. 2018, pp. 1–17.
- [11] Wang P., Wang F., Shi T., Wang B. Thermal distortion compensation of a high precision umbrella antenna, *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 916, 2017, pp. 1–8, doi:10.1088/1742-6596/916/1/012051
- [12] Taygin V. B., Lopatin A. V. A method for ensuring high accuracy of the shape of reflectors of mirror antennas of spacecraft (in Russian), *Spacecraft and Technologies*, Vol. 3, No. 4, 2019, pp. 200–208, DOI 10.26732/2618-7957-2019-4-200-208
- [13] Kalabegashvili G. V., Bikeev E. I., Mathylenko M. G. Determination of the minimal reflecting surface points number required for assessment of large-size transformable antenna pattern deviation, *Siberian Journal of Science and Technology*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 66–75.
- [14] Wang C. S., Duan B. Y., Qiu Y. Y. On distorted surface analysis and multidisciplinary structural optimization of large reflector antennas. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007. 33(6), pp. 519–528. DOI 10.1007/s00158-006-0062-6
- [15] Dai M., Newman T. S., Cao C.. Least-squares-based fitting of paraboloids. *Pattern recognition*, Vol. 40, Num. 2, 2007, pp. 504–515
- [16] Goldobin N. N. Methodology for evaluating the shape of the radio-reflective surface of a large-sized transformable reflector of a spacecraft // *Bulletin of SibGAU*. 2013. No. 1(47). pp. 106–111
- [17] Li Zh., Zhuo X., Wang J., Lei Ya. Fitting method of rotating paraboloid reflector. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 397 (2018) 012047 DOI:10.1088/1757-899X/397/1/012047
- [18] Borwein J., Barzilai J. Two-point step size gradient methods, *IMA Journal of numerical analysis*, Vol. 8, no. 1, (January 1988), pp. 141–148.
- [19] Goldobin N. N. Evaluation of the accuracy of the reflector guidance based on information about deviations of the ends of its power spokes. *Large-sized transformable spacecraft designs Reshetnev readings*. 2016. pp. 102–104.
- [20] Danilov I. Yu., Mochalov V. V., Romanov A. G., Choni Yu. I. Refocusing of a multi-beam hybrid reflector antenna in operational conditions, *High technologies. Radio engineering*, 2017, vol. 18, no. 12, pp. 85–90.
- [21] Acosta R. J., Zaman A. J., Terry J. D. System Overview on Electromagnetic Compensation for Reflector Antenna Surface Distortion, *IEEE AP-S International Symposium, Ann Arbor, Michigan, June 27-July 2, 1993*, DOI: 10.1109/APS.1993.385355
- [22] Shipilov S. E., Yakubov V. P., Ponomarev S. V. Radiowave tomography of distortions of the parabolic reflector profile, *Izvestiya vuz. Fizika*. 2012. vol. 55, no. 9/2, pp. 274–275. (in Russian)
- [23] Mochalov V. V. Validation of the acoustic approximation algorithm, *Telecommunications and Radio Engineering*, 2019, vol. 73, no. 12, pp. 122–126, doi: 10.18127/j20700784-201912-19. (in Russian)
- [24] Xianping Tu, Xianqing Lei, Wensuo Ma, Xiaoyi Wang and Xiaolin Zuo, Fitting and error evaluation for rotating paraboloid in arbitrary position using geometric iterative optimization algorithm, 2019 *Meas. Sci. Technol.*, vol. 30, 095006, DOI 10.1088/1361-6501/ab2186
- [25] Choni Yu. I. Adjoint operator method and its aspects in regard to antenna synthesis, *IX Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*, 2013, pp. 86–91, doi: org/10.1109/ICATT.2013.6650690.J.

- [26] Nesterov Yu. Introductory lectures on convex optimization: a basic course. (Springer, 2004, ISBN 1–4020–7553–7)
- [27] Choni Yu.I., Morozov G.A. Synthesis of the optimal antenna taking into account random errors. Proceedings of Kazan aviation institute, Kazan, 1974. vol. 164. pp. 108–111.

### Сведения об авторах

*Дардымов Анатолий Викторович* – аспирант кафедры радиоэлектронных и телекоммуникационных систем Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева – КАИ. Окончил магистратуру КАИ в 2022 году. Область научных интересов: антенная техника.

*Чони Юрий Иванович* – кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных и телекоммуникационных систем Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева – КАИ. Окончил КАИ в 1962 году. Область научных интересов: антенная техника и радиотехнические системы.

*Романов Анатолий Геннадьевич* – кандидат технических наук, главный конструктор ОКР, АО «РЕШЕТНЁВ». Окончил КАИ в 1988 году. Область научных интересов: антенная техника и радиотехнические системы.

*Данилов Игорь Юрьевич* – кандидат технических наук, ведущий эксперт по измерениям радиотехнических характеристик АО «РЕШЕТНЁВ». Окончил Красноярский государственный университет в 1984 году. Область научных интересов: антенная техника и измерения характеристик антенн.