

## ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАСТИНЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Ю. С. Селиванов<sup>1,2</sup> ✉, К. А. Матвеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина»

г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»

г. Новосибирск, Российская Федерация

На данный момент существует множество методов топологической оптимизации, ставших классическими в том числе и в авиационной промышленности. Основными из них являются метод твердого изотропного материала с пенализацией, методы однонаправленной и двунаправленной эволюционной оптимизации и метод установления уровня. В работе представлена математическая постановка задачи топологической оптимизации как постановка задачи на условный экстремум. В качестве целевой функции выбрана функция средней податливости конструкции, ограничением являлось максимальное значение результирующего объема. Выполнено преобразование постановки задачи в постановку на безусловный экстремум, для этого использовался метод квадратичных штрафов. В работе представлен алгоритм, позволяющий применить современные методы машинного обучения и нейронные сети совместно с классическими методами топологической оптимизации. Алгоритм основан на репараметризации виртуальных плотностей параметрами нейронной сети, которые являются оптимизируемыми. В качестве алгоритма оптимизации непосредственно параметров нейронной сети использован метод адаптивной оценки моментов. В работе решены две классические задачи топологической оптимизации пластин, находящихся в плосконапряженном состоянии с различными граничными условиями, выполнено сравнение результатов с результатами, полученными другими авторами на аналогичных задачах с помощью классических методов топологической оптимизации.

Ключевые слова: топологическая оптимизация, нейронные сети, SIMP, BESO.

### Введение

Проектирование конструкций, как правило, является последовательным процессом, разделенным на определенные этапы. После того как появляется необходимость в той или иной конструкции и определяется набор спецификаций и функциональных требований для этой конструкции, перед инженером ставится задача разработки концептуального проекта для предполагаемой конструкции таким образом, чтобы он удовлетворял всем ранее определенным спецификациям и требованиям, а также учитывал все технологические возможности для будущего изготовления. Процесс проектирования можно представить как четыре основные стадии [1]: формирование функциональных требований

к конструкции, концептуальное проектирование, оптимизация конструкции и ее детализация. Очевидно, что для силовых элементов конструкций летательных аппаратов центральными (и взаимно противоречивыми) являются ограничения по прочности и весу.

Методы топологической или структурной оптимизации получили свое более широкое распространение с развитием метода конечных элементов в 1960-х годах и продолжают свое совершенствование. Главными основоположниками и двигателями исследований в области оптимизации топологии, а в частности методов топологической оптимизации считаются датские исследователи Martin Philip Bendsoe и Ole Sigmund. Их главная и передовая на тот момент работа [2] охватила достаточно обширную область исследования. В ней достаточно подробно описываются методы, которые приме-

✉ u.s.selivanov@mail.ru

© Ассоциация «ТП «НИСС», 2024

няются до сих пор совместно с методом конечных элементов.

В качестве одного из относительно новых подходов является использование современных методов машинного и глубокого обучения. Авторы работы [3] применили методы машинного обучения для решения проблемы получения неосуществимых решений с помощью метода движущихся компонент. Проблема заключается в том, что с помощью данного метода есть вероятность получить решение, которое невозможно реализовать, для решения этой проблемы авторы предлагают использовать нейронную сеть для оптимизации параметров, использующихся методом движущихся компонент. В работе [4] предложен улучшенный эволюционный метод установления уровня. Суть данного подхода заключается в замене параметризации модели с помощью метода движущихся компонент на параметризацию в виде графа для увеличения скорости сходимости задачи путем уменьшения размерности задачи.

Одним из улучшений оптимизатора в целом является репараметризация задачи, которая заключается в том, что проектные переменные заменяются параметрами построенной нейронной сети, которые являются оптимизируемыми. В работе [5] используется сверточная нейронная сеть для получения оптимизированной топологии, далее вычисляются перемещения и происходит оптимизация параметров нейронной сети на основе целевой функции. Похожий подход использовали в работе [6], где при построении целевой функции учитывались физические данные в виде перемещений, что позволяет использовать нейронную сеть для решения задачи топологической оптимизации без отрыва от физической составляющей. Авторы работы [7] с помощью многослойной нейронной сети аппроксимируют пространственное поле плотностей. В работе [8] авторы также аппроксимируют поле виртуальных плотностей при помощи построенной нейронной сети и с ее же помощью вычисляют целевую функцию, на основе которой градиентными методами оптимизируются параметры нейронной сети. Этими же авторами в работе [9] реализовано решение задачи топологической оптимизации с применением усовершенствованного метода Фурье. А в работе [10] использовали эти результаты для решения задачи топологической оптимизации с использованием нескольких материалов, т.е. целью было получить оптимальную форму и в то же время подобрать самый оптимальный материал для этой формы.

## 1. Кратко о нейронных сетях

Нейронная сеть – это громадный распределенный параллельный процессор, состоящий из элементарных единиц обработки информации, накапливающих экспериментальные знания и предо-

ставляющих их для последующей обработки [11]. Единица обработки информации в нейронной сети называется нейрон. Он состоит из входных связей, каждая из которых имеет свой вес, из сумматора, который вычисляет взвешенную сумму входных сигналов, соответственно, а также имеет функцию активации. В математическом виде нейрон выглядит следующим образом:

$$S_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j. \quad (1)$$

$$y_k = \varphi(S_k + b_k). \quad (2)$$

Здесь  $w_{kj}$  – веса нейрона,  $x_j$  – входные сигналы,  $\varphi$  – функция активации,  $b_k$  – смещение нейрона,  $S_k$  – взвешенная сумма входных сигналов,  $y_k$  – выходной сигнал нейрона. Веса нейрона и его смещения называются параметрами нейронной сети. Простой пример нейронной сети показан на рисунке 1.

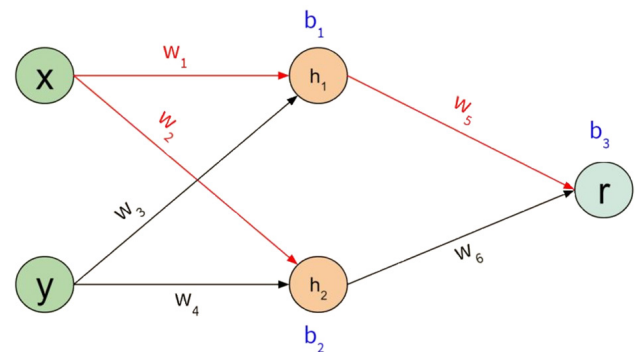


Рисунок 1. Простой пример нейронной сети

Работа нейронной сети на примере простой, показанной на рисунке 1, выглядит следующим образом: вначале входные данные (в данном примере это «x» и «y») подаются на вход нейронной сети, и рассчитывается взвешенная сумма входных сигналов и соответствующих смещений:

$$S_1 = w_1 \cdot x + w_3 \cdot y + b_1. \quad (3)$$

$$S_2 = w_2 \cdot x + w_4 \cdot y + b_2. \quad (4)$$

Каждая из получившихся сумм  $S$  подается в так называемую функцию активации:

$$h_1 = \text{func}(w_1 \cdot x + w_3 \cdot y + b_1). \quad (5)$$

$$h_2 = \text{func}(w_2 \cdot x + w_4 \cdot y + b_2). \quad (6)$$

Для следующего слоя операции повторяются, только входными данными теперь являются выходные данные предыдущего слоя:

$$r = \text{func}(w_5 \cdot h_1 + w_6 \cdot h_2 + b_3). \quad (7)$$

Таким образом, подавая на вход определенные данные, на выходе в зависимости от параметров сети (весов) получаем некоторые выходные данные.

Нейронные сети состоят из большого количества нейронов, которые объединяются в слои, а слои, соответственно, составляют нейронную сеть. Обучение нейронной сети может быть выполнено с учителем и без учителя, где в первом случае на основе ошибки между выходным и желаемым значением выполняется вычисление градиентов весов относительно входных значений, а во втором – градиенты вычисляются исходя из выходных значений нейронной сети. В ходе обучения нейронной сети происходит непосредственно оптимизация параметров нейронной сети таким образом, чтобы добиться необходимых выходных данных. В работе использована сеть, состоящая из 6 слоев, в 5 слоях находится по 20 нейронов, в 6-ом слое находится 1 нейрон. В последнем слое в качестве функции активации используется сигмоида (8), в остальных слоях используется функция LeakyReLU (линейный выпрямитель) (9). Также перед каждым слоем использовался слой для пакетной нормализации [12], позволяющий уменьшить чувствительность нейронной сети к начальным значениям весов, достигнуть более быстрой сходимости оптимизации. Таким образом, общее количество оптимизируемых параметров составило 1961. Веса нейронной сети задаются случайным образом с помощью метода Ксавье [13], смещения нейронов и параметры слоев нормализации задаются нулевыми значениями.

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (8)$$

$$F(x) = \begin{cases} ax, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}. \quad (9)$$

Для программной реализации нейронных сетей существует много библиотек в открытом доступе, позволяющих строить большие нейронные. Одной из таких библиотек является PyTorch. Данная библиотека позволяет строить сети любого размера, а также предоставляет огромный инструментарий для их гибкой настройки. Также с помощью библиотеки возможно использовать любой из представленных оптимизаторов, в данной работе использован оптимизатор, основанный на алгоритме Adam [14]. Вычисление градиентов происходит с помощью реализованного алгоритма автоматического дифференцирования [15].

## 2. Постановка задачи

Постановка задачи топологической оптимизации в общем виде выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \min_{\rho} C(\rho) \\ G_i(\rho) \leq 0, i = 1, \dots, M \\ 0 \leq \rho_i \leq 1, i = 1, \dots, N \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Здесь  $\rho$  – оптимизируемые переменные, которые являются псевдоплотностью согласно методу SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization – метод твердого изотропного материала с пенализацией) [16],  $G_i$  – ограничения, наложенные на задачу. Звучит постановка задачи следующим образом: необходимо минимизировать целевую функцию при заданных ограничениях. Как правило, в задачах такого типа используется метод конечных элементов для дискретизации области оптимизации, следовательно, оптимизируемыми переменными являются псевдоплотности каждого конечного элемента. В качестве целевой функции могут выступать функции объема, максимальных напряжений, массы, податливости и жесткости. В данной работе в качестве целевой функции была выбрана средняя податливость конструкции, в качестве ограничений – ограничение на максимально возможный результирующий объем. Таким образом, постановка задачи (10) переписывается в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \min_{\rho} C(\rho) &= \frac{1}{2} \cdot F^T \cdot U(\rho) \\ \sum_i v_i \rho_i \\ \frac{\quad}{V_0} - f &\leq 0 \\ 0 \leq \rho_i \leq 1, i &= 1, \dots, N \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Здесь  $F$  – вектор приложенных нагрузок,  $U$  – вектор узловых перемещений,  $v$  – объем конечного элемента,  $V_0$  – исходный объем конструкции,  $f$  – желаемая результирующая фракция объема. Для решения задачи оптимизации с помощью нейронных сетей преобразуем задачу на условный экстремум (11) в задачу на безусловный экстремум. Сделать это можно с помощью метода квадратичных штрафов [17]. Нормализуем целевую функцию и преобразуем в задачу на безусловный экстремум:

$$L(\omega, \alpha) = \frac{C}{C_0} + \alpha \left( \frac{\sum_i v_i \rho_i(\omega)}{V_0} - f \right)^2. \quad (12)$$

Здесь  $\alpha$  – параметр штрафа,  $C_0$  – начальная податливость.

## 3. Алгоритм

Алгоритм решения задачи топологической оптимизации плоской пластины при помощи нейронных сетей разделен на несколько этапов, его главная задача – репараметризовать существующие псевдоплотности и заменить их оптимизацию на оптимизацию непосредственно параметрами.

тров нейронной сети, что в конечном счете ведет к уменьшению пространства проектирования. Первый этап – вычисление псевдоплотностей  $\rho(\omega)$  с помощью нейронной сети, где входными величинами являются координаты геометрических центров каждого из конечных элементов (аналогично примеру, показанному на рисунке 1). На основе полученных плотностей согласно методу SIMP [16] вычисляются эффективные модули упругости для каждого конечного элемента:

$$E_i = E_{\min} + \rho^p(\omega) \cdot (E_{\max} - E_{\min}). \quad (13)$$

На основе полученных модулей выполняется расчет конечно-элементной задачи и вычисление целевой функции (12). Следующим этапом идет так называемый обратный проход [11], в ходе которого вычисляются градиенты для каждого параметра нейронной сети:

$$\frac{\partial}{\partial \omega_i} L(\omega, \alpha) = \sum_e \frac{\partial L(\omega_i)}{\partial \rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \omega_i}. \quad (14)$$

Далее на основе вычисленных градиентов используются оптимизатор, реализующий алгоритм Adam [14], как было сказано ранее. В качестве критерия остановки был выбран расчет невязки

решения (15). В силу того, что решение может заранее сойтись, не достигнув минимума, критерий остановки должен быть стабилен, т.е. выполнен не менее 5 раз подряд, а также наложенные ограничения не должны иметь разницу больше 2,5 % от установленного.

$$\left| \frac{f(\rho^i) - f(\rho^{i-1})}{f(\rho^i)} \right| \leq \varepsilon; \quad \varepsilon = 0,005. \quad (15)$$

Блок-схема описанного алгоритма приведена на рисунке 2.

#### 4. Результаты

Для демонстрации работы алгоритма были взяты 2 классические задачи топологической оптимизации, результаты оптимизации были сравнены с результатами, полученными в работах [18, 19]. Расчетная схема и характерные размеры для первой задачи показаны на рисунке 3, толщина пластины равна 1 мм. Пластина разбита четырехузловыми конечными элементами с размером грани 1 мм, в общем случае имеется 4000 конечных элементов. Максимальный модуль упругости используемого материала равен  $E_{\max} = 1 \cdot 10^5$  МПа,

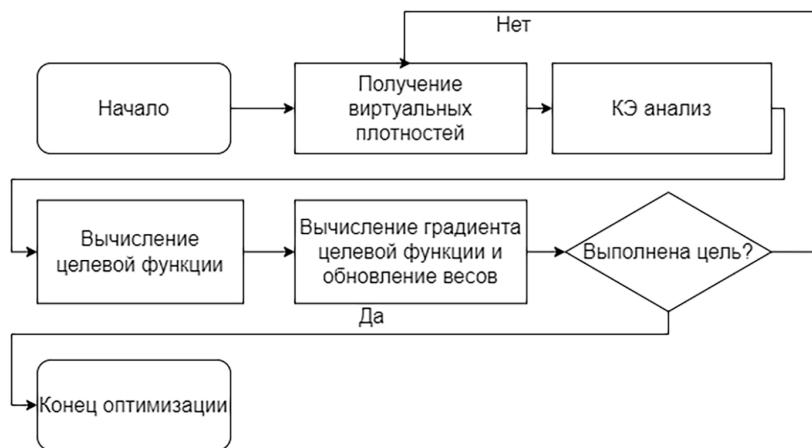


Рисунок 2. Блок-схема алгоритма топологической оптимизации

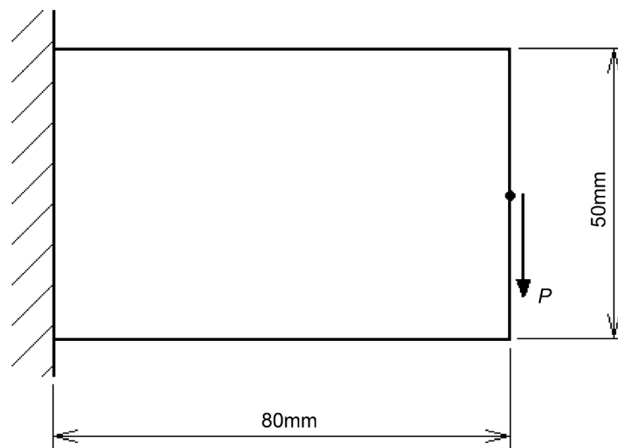


Рисунок 3. Расчетная схема для задачи оптимизации № 1



минимальный  $E_{\max} = 0.001 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона равен 0,3, сила  $P = 100$  Н. В качестве ограничения задан желаемый остаток от результирующего объема в 50 %. Штрафной параметр  $p = 3$ , согласно методу SIMP [16].

Расчетная схема и характерные размеры для второй задачи представлены на рисунке 4. Здесь  $H=30$  мм,  $L=180$  мм, толщина пластины 1 мм. Максимальный модуль упругости используемого материала равен  $E_{\max} = 1$  МПа, минимальный  $E_{\min} = 0.001$  МПа, коэффициент Пуассона равен 0,3, сила  $P = 1$  Н. В качестве ограничения задан желаемый остаток от результирующего объема в 50 %. Штрафной параметр  $p = 3$ , согласно методу SIMP [16].

В работах [18, 19] используются аналогичные целевые функции (6), для сравнения были применены значения целевой функции, в качестве используемых методов в данных работах выступили методы SIMP и BESO (Bi-directional evolutionary topology optimization – метод двунаправленной эволюционной оптимизации) [16]. Максимальное количество итераций 200, остальные параметры для каждой задачи были выставлены аналогично приведенным в работах [18, 19]. В таблице 1 дано сравнение результатов в виде значений «чистой»

целевой функции средней податливости, полученных с помощью алгоритма, использующего нейронные сети, и результатов, полученных другими авторами.

На рисунке 5 изображены оптимальные формы для задачи 1, полученные авторами работы [18] – слева, с помощью алгоритма, применяющего нейронные сети, – справа, на рисунке 6 приведены результаты оптимизации, полученные в Ansys. На рисунке, представляющем результаты оптимизации с помощью нейронных сетей, «голубые» элементы являются пустотами (формальное отсутствие материала), «серые» элементы – результирующий материал.

На рисунках 7, 8 и 9 показаны промежуточные результаты оптимизации.

На рисунках 10 и 11 изображены графики сходимости целевой функции, а также наложенных ограничений.

На рисунке 12 приведены оптимальные формы для задачи 2, полученные авторами работы [19] – слева, с помощью алгоритма, применяющего нейронные сети, – справа. На рисунке 13 показаны результаты для задачи 2, полученные в Ansys.

На рисунках 14, 15 и 16 представлены промежуточные результаты оптимизации для задачи 2.

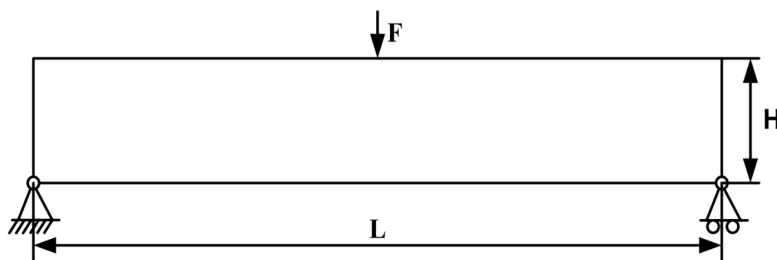


Рисунок 4. Расчетная схема для задачи оптимизации № 2

Сравнение результатов оптимизации

Таблица 1

Задача	Значение целевой функции, Н·мм			
	SIMP	BESO	Ansys	Нейронные сети
1	2,07	1,87	2,32	1,833
2	50,1154	47,1536	60,79	47,0611

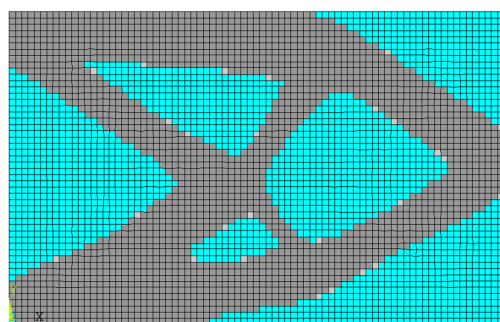
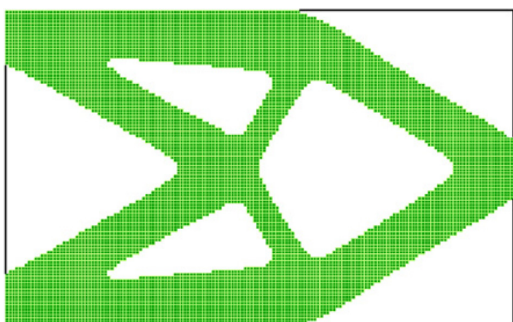


Рисунок 5. Результаты для задачи 1, полученные в работе [18] (слева) и с помощью нейронных сетей (справа)

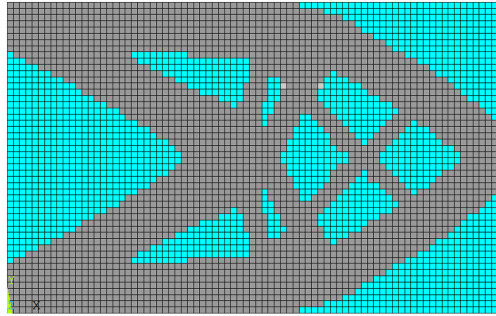


Рисунок 6. Результаты для задачи 1, полученные с помощью Ansys

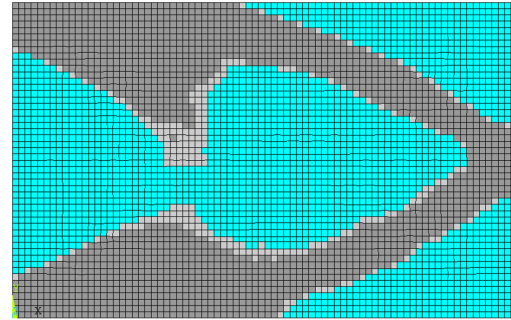
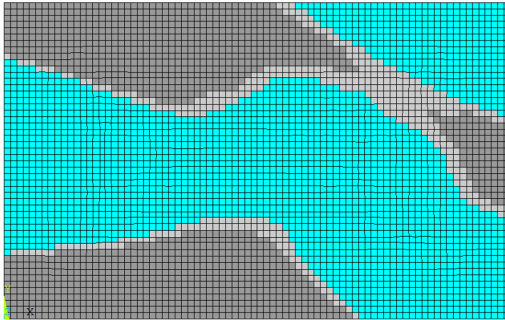


Рисунок 7. Результаты оптимизации для задачи 1 на 20 и 40 итерации

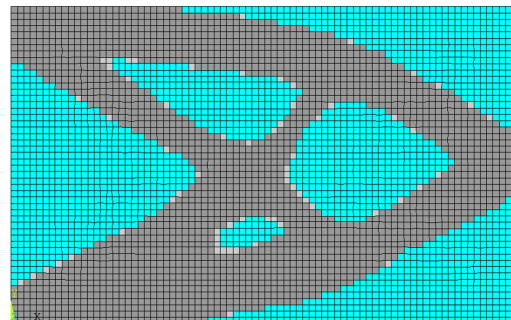
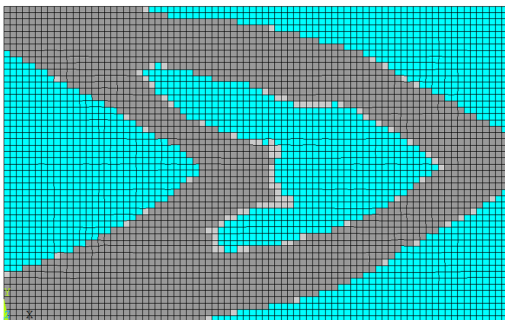


Рисунок 8. Результаты оптимизации для задачи 1 на 80 и 100 итерации

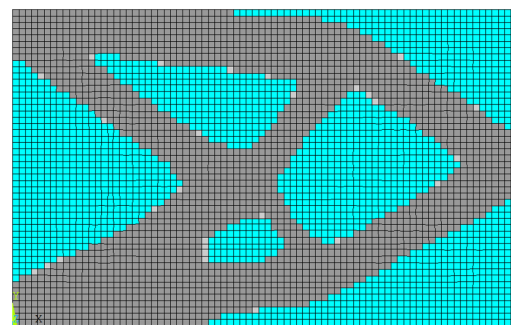
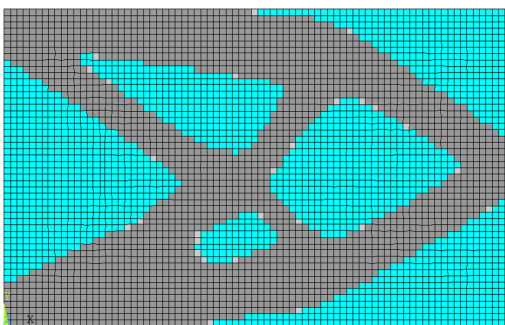


Рисунок 9. Результаты оптимизации для задачи 1 на 160 и 180 итерации

На рисунках 17 и 18 даны графики сходимости целевой функции, а также наложенных ограничений.

В работе [20] авторами также была выполнена оптимизация квадратной пластины размером 1 см с помощью нейронных сетей с использованием иного подхода. Граничными условиями задачи являлось защемление пластины с одной

стороны и сила, прикладываемая по кромке другой стороны. В силу отсутствия численных результатов в работе выполнено визуальное сравнение при силе, приложенной на координате 0,625 см по высоте правой кромки. На рисунке 19 показаны результат, полученный с помощью нейронной сети, и результат, представленный в работе [20].

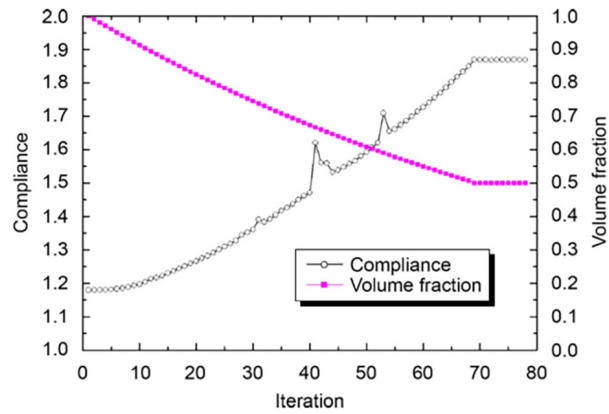


Рисунок 10. График сходимости решения, представленный в работе [18]

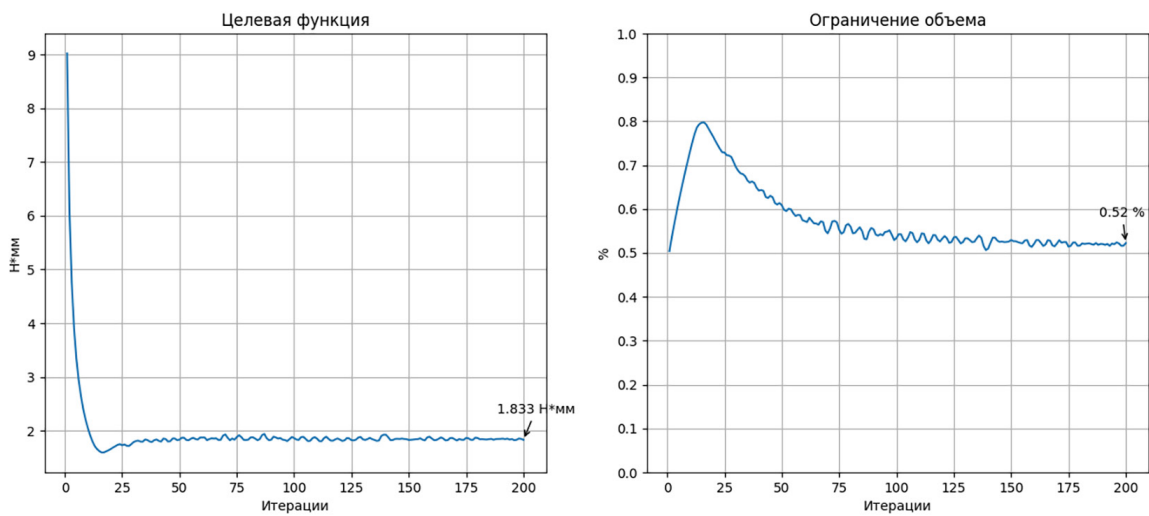


Рисунок 11. Графики сходимости решения, полученные с помощью алгоритма

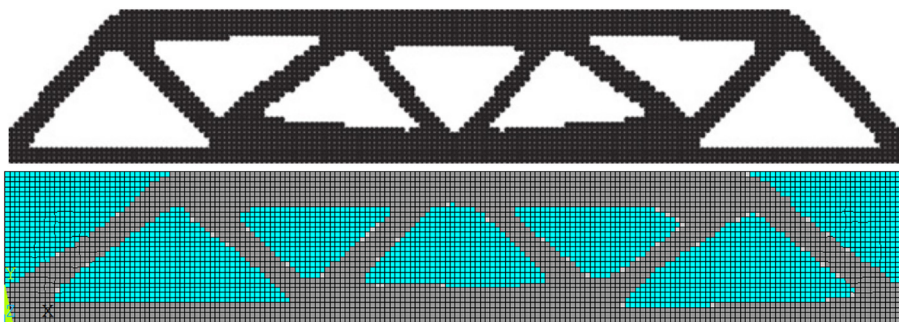


Рисунок 12. Результаты для задачи 2, полученные в работе [19] (сверху) и с помощью нейронных сетей (снизу)

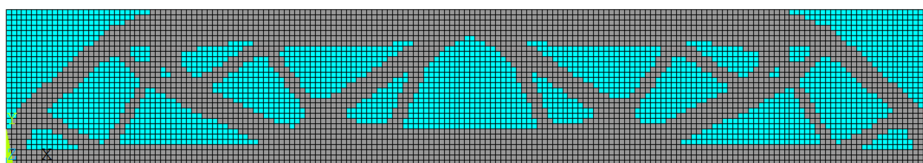


Рисунок 13. Результаты для задачи 2, полученные в Ansys



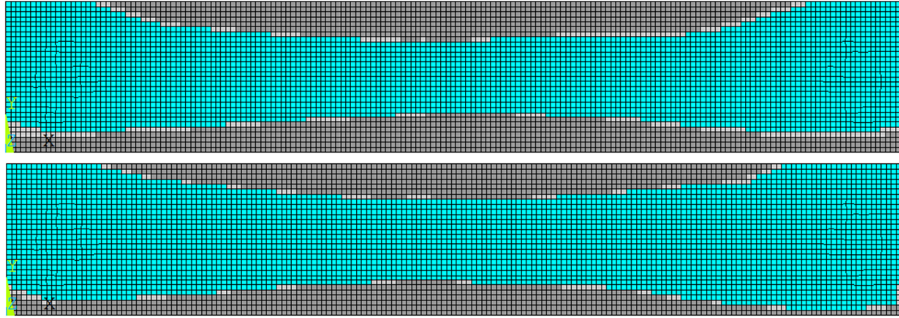


Рисунок 14. Результаты оптимизации для задачи 2 на 20 и 40 итерации

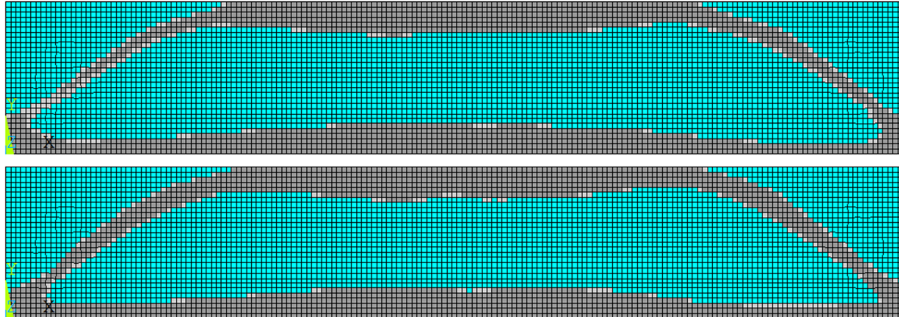


Рисунок 15. Результаты оптимизации для задачи 2 на 80 и 100 итерации

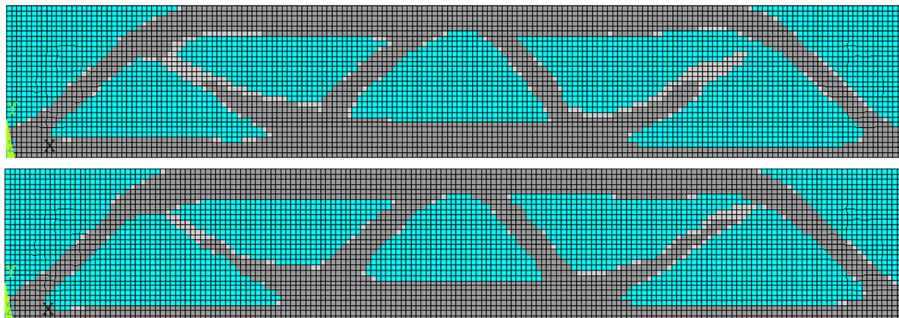


Рисунок 16. Результаты оптимизации для задачи 2 на 160 и 180 итерации

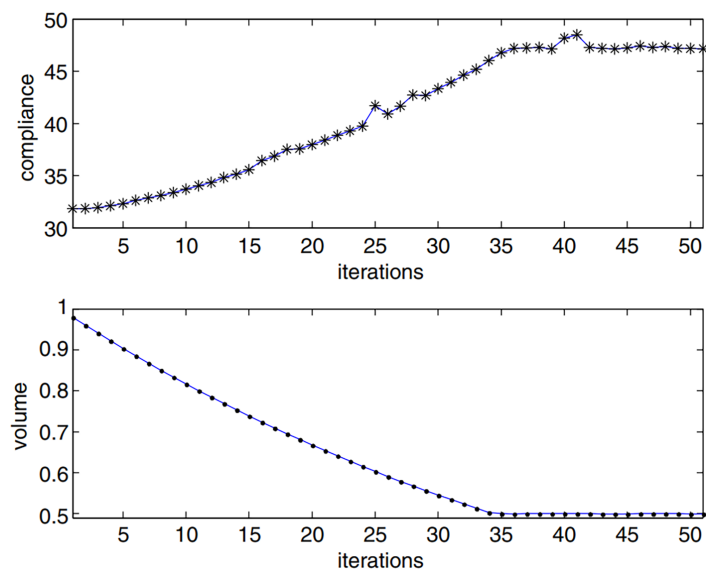


Рисунок 17. Графики сходимости решения, представленные в работе [19]



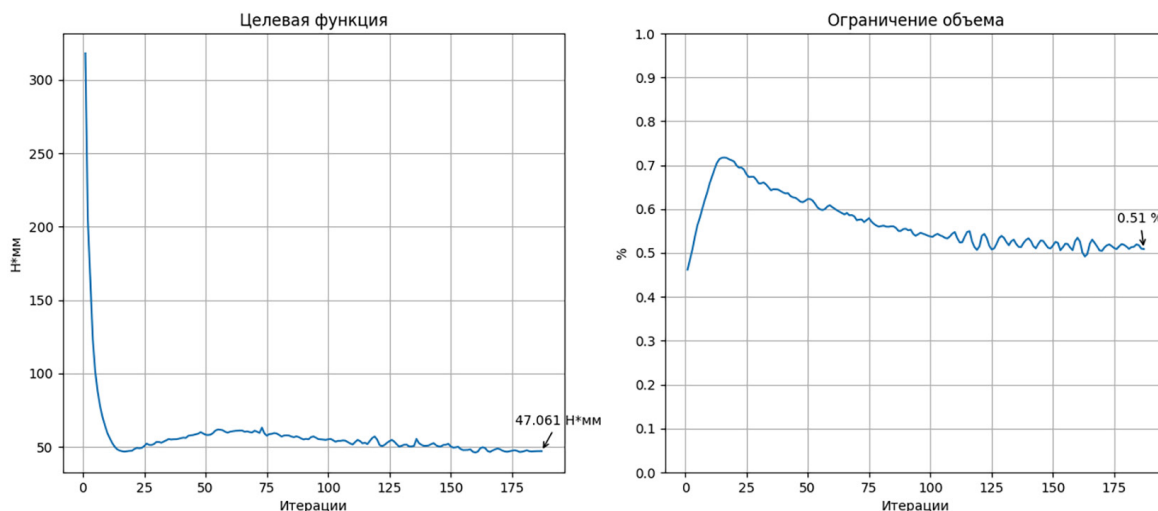


Рисунок 18. Графики сходимости решения, полученные с помощью алгоритма

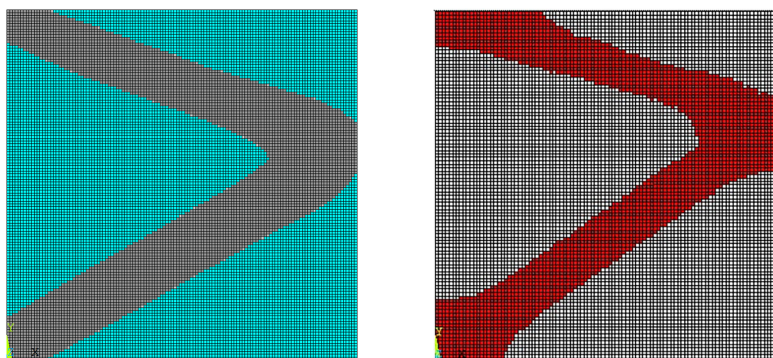


Рисунок 19. Результаты оптимизации с помощью нейронных сетей (слева) и полученный авторами работы [20] (справа)

## Выводы

Итогом данной работы является разработанный алгоритм, позволяющий применять все вычислительные возможности и преимущества нейронных сетей. Они позволяют уменьшить пространство проектирования путем репараметризации псевдоплотностей, заменив их на параметры построенной нейронной сети. Продемонстрированы решения классических за-

дач топологической оптимизации путем минимизации средней податливости, результаты были сравнены с теми, что получены другими авторами для аналогичных задач. Из таблицы 1 видно, что значения целевой функции, полученные с помощью алгоритма, применяющего нейронные сети, ниже, чем аналогичные, полученные классическими методами. Также из рисунков 5 и 12 видно, что оптимальные формы отличаются от тех, что получены в работах [18, 19].

## Список литературы

- [1] Кирш У. Структурная оптимизация – основы и приложения, Springer-Verlag, Берлин. 1993.
- [2] Бендсе М. П., Зигмунд О. Оптимизация топологии: теория, методы и приложения. Берлин: Springer, 2003. 370 с.
- [3] Лей, Х., Лю, С., Ду, З., Чжан, У. и Го, Х. Оптимизация топологии в режиме реального времени на основе машинного обучения в рамках платформы на основе подвижных изменяемых компонентов // Журнал прикладной механики. 2019. 86 (1), 011004.
- [4] Буйни М., Оулиг Н., Олхофер М., Дуддек Ф. Вариации топологии, основанные на обучении, в оптимизации топологии множества эволюционных уровней. Материалы конференции по генетическим и эволюционным вычислениям. 2018. С. 825–832.
- [5] Хойер С., Сол-Дикштейн Дж., Грейданус С. Нейронная репараметризация улучшает структурную оптимизацию. Препринт arXiv arXiv: 1909.04240. 2019.
- [6] Чжан З., Ли Ю., Чжоу У., Чен Х., Яо У. и Чжао Ю. TONR: Исследование нового способа сочетания нейронной сети с оптимизацией топологии // Компьютерные методы в прикладной механике и машиностроении. 2021a. 386, 114083.

- [7] Дэнг Х. и То А. С. Оптимизация топологии на основе глубокого обучения представлению (DRL) для обеспечения соответствия требованиям и проектирования с учетом ограничений по нагрузкам // Вычислительная механика. 2020. 66 (2), 449–469.
- [8] Чандрасекар А., Суреш К. TOuNN: Оптимизация топологии с использованием нейронных сетей. Структурная и междисциплинарная оптимизация. 2021. 63, 1135–1149.
- [9] Чандрасекар А., Суреш К. Управление масштабом длины при оптимизации топологии с использованием нейронных сетей с улучшением Фурье. Препринт arXiv arXiv: 2109.01861. 2021с.
- [10] Чандрасекар А., Суреш К. Оптимизация топологии множества материалов с использованием нейронных сетей. Автоматизированное проектирование. 2021. Том 136,
- [11] Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс: пер. с англ. / С. Хайкин. – Изд. 2-е, испр. М.: Вильямс, 2018. 1103 с.
- [12] Иоффе С., Сегеди С. (2015) Пакетная нормализация: ускорение глубокого обучения сети за счет уменьшения внутреннего сдвига ковариат.
- [13] Глорот Х., Бенгио Ю. Понимание сложности обучения нейронных сетей с глубокой прямой связью. Материалы Тринадцатой Международной конференции по искусственному интеллекту и статистике, Сардиния, Италия, 13–15 мая 2010 г.; Том 9, стр. 249–256.
- [14] Кингма Д. П. и Ба Дж. “Adam: метод стохастической оптимизации”, препринт arXiv arXiv: 1412.6980, 2014.
- [15] Байдин Атилим Гюнес, Перлмуттер Барак, Радул Алексей Андреевич, Сискинд Джеффри «Автоматическое дифференцирование в машинном обучении: обзор» // Журнал исследований в области машинного обучения. 2018. 18. С. 1–43.
- [16] Зигмунд О., Маут К. Подходы к оптимизации топологии. Сравнительный обзор // Структурная и междисциплинарная оптимизация. 2013. Т. 48, № 6. С. 1031–1055.
- [17] Ночедал Дж., Райт С. Численная оптимизация, 2-е изд., Шпрингер, Нью-Йорк, Нью-Йорк, 2006.
- [18] Хуан Х., Се Ю. М. Конвергентные и не зависящие от сетки решения для двунаправленного эволюционного метода структурной оптимизации. Анализ конечных элементов. 2007. 43. С. 1039–1049.
- [19] Чжао Ф. Оптимизация топологии с помощью бессеточных аппроксимаций с переменной плотностью и метода БЕСО, Вычисл. Вспомогательный документ. 2014. 56. С. 1–10.
- [20] Авдонюшкин Д. В., Матвеева А. И., Новокшенов А. Д. Применение методов машинного обучения в задаче топологической оптимизации упругой пластины // Вестник ПНИПУ. Механика. 2023. № 3. С. 5-14.

## TOPOLOGY OPTIMIZATION OF THE PLATE USING NEURAL NETWORKS

**Yu. S. Selivanov<sup>1,2</sup>, K. A. Matveev<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>FAE “S. A. Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation”

Novosibirsk, The Russian Federation

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University

Novosibirsk, The Russian Federation

*At the moment, there are many methods of topological optimization that have become classic, including in the aviation industry. The main ones are the method of solid isotropic material with Penalization (SIMP), methods of unidirectional and bidirectional evolutionary optimization (Evolutionary topology optimization and Bi-directional evolutionary topology optimization – ESO/BESO) and the LevelSet method. The paper presents a mathematical formulation of the topological optimization problem as a statement of the problem at a conditional extremum. The function of the average pliability of the structure was chosen as the target function, the maximum value of the resulting volume was the limitation. The transformation of the problem statement into an unconditional extremum statement was performed, for this the method of quadratic penalties was used. The paper presents an algorithm that allows you to apply modern machine learning methods and neural networks in conjunction with classical methods of topological optimization. The algorithm is based on the reparametrization of virtual densities by neural*

*network parameters, which are optimized. The method of adaptive moment estimation is used as an optimization algorithm directly by the parameter of the neural network. In this paper, two classical problems of topological optimization of plates in a plane-stressed state with different boundary conditions are solved, and the results are compared with the results obtained by other authors on similar problems using classical methods of topological optimization.*

*Keywords: topology optimization, neural networks, SIMP, BESO.*

## References

- [1] Kirsch U. Structural Optimization-Fundamentals and Applications, Springer-Verlag, Berlin. 1993.
- [2] Bendsoe M. P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods and applications. Berlin: Springer, 2003. 370 p.
- [3] Lei X., Liu C., Du Z., Zhang W. & Guo X. Machine learning driven real-time topology optimization under moving morphable component-based framework. Journal of Applied Mechanics, 2019. 86(1), 011004.
- [4] Bujny M., Aulig N., Olhofer M. & Duddeck F. Learning-based topology variation in evolutionary level set topology optimization. In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, 2018. pp. 825–832.
- [5] Hoyer S., Sohl-Dickstein J. & Greydanus S. Neural reparameterization improves structural optimization. arXiv preprint arXiv:1909.04240. 2019.
- [6] Zhang Z., Li Y., Zhou W., Chen X., Yao W. & Zhao Y. TONR: An exploration for a novel way combining neural network with topology optimization. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021a. 386, 114083.
- [7] Deng H. & To A. C. Topology optimization based on deep representation learning (DRL) for compliance and stress-constrained design. Computational Mechanics, 2020. 66(2), 449–469.
- [8] Chandrasekhar A., Suresh K. TOuNN: Topology Optimization using Neural Networks. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021. 63, 1135–1149.
- [9] Chandrasekhar A. & Suresh K. Length scale control in topology optimization using Fourier enhanced neural networks. arXiv preprint arXiv:2109.01861. 2021c.
- [10] Chandrasekhar A., Suresh K. Multi-Material Topology Optimization Using Neural Networks. Computer-Aided Design, 2021. Vol 136.
- [11] Haikin S. Neural networks. The full course: translated from English / S. Khaykin. 2nd edition, ispr. M.: Williams, 2018. 1103 p.
- [12] Ioffe S., Szegedy C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift. 2015.
- [13] Glorot X., Bengio Y. Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In Proceedings of the Thirteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, Sardinia, Italy, 13–15 May 2010. Vol. 9, pp. 249–256.
- [14] Kingma D. P. and Ba J. “Adam: A method for stochastic optimization,” arXiv preprint arXiv:1412.6980, 2014.
- [15] Baydin Atilim Gunes, Pearlmutter Barak, Radul Alexey Andreyevich, Siskind Jeffrey. “Automatic differentiation in machine learning: a survey”. Journal of Machine Learning Research. 2018.18, pp. 1–43.
- [16] Sigmund O., Maute K. Topology optimization approaches. A comparative review // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013. Vol. 48, no. 6, pp. 1031–1055.
- [17] Nocedal J. and Wright S., Numerical Optimization, 2nd ed., Springer, New York, NY, 2006.
- [18] Huang X., Xie Y. M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. Finite Elem Anal Des. 2007. 43, pp. 1039–1049.
- [19] Zhao F. Topology optimization with meshless density variable approximations and BESO method, Comput. Aided Des. 56, 2014. pp. 1–10.
- [20] Avdonyushkin D. V., Matveeva A. I., Novokshenov A. D. Machine learning method in elastic plate topology optimization problems. PNRPU Mechanics Bulletin, 2023, no. 3, pp. 5–14.

## Сведения об авторах

*Селиванов Юрий Сергеевич* – аспирант кафедры ПЛА, НГТУ, инженер 2-й категории ФАУ «СибНИИ им. С.А. Чаплыгина». Окончил НГТУ в 2022 году, квалификация «магистр». Область научных интересов: авиационная техника, численные методы решения задач механики и оптимизации.

*Матвеев Константин Александрович* – доктор технических наук, профессор НГТУ. Окончил НЭТИ в 1970 году. Область научных интересов: авиационная и космическая техника, математические модели механики твердого деформируемого тела.